

流体情報と計算の可能性

名古屋大学エコトピア科学研究所
情報・通信科学研究部門
渡辺 崇

日本機械学会計算力学部門
複合領域における設計探索研究会 MDE-5
2008年7月10日(木), 名古屋大学

計算の可能性

計算可能性の理論が対象とする問題

- ・ 多項式時間以内で解くことができる問題
- ・ 多項式時間以内で解くことができない,
手に負えない問題
- ・ 計算不可能な問題

⇔ ここで取り上げることは,
流体問題を計算機とともに認識, 理解するには,
どうするか.

いかにして問題を解くか

G. Polya, How to Solve It, 1945, Princeton Univ. Press.

柿内訳, いかにして問題を解くか, 1954, 丸善.

和田英一, 情報処理, 46-8 (2005-8), 20世紀の名著名論.

第1 問題を理解しなければならない.

第2 データと未知のものとの関連を見つけなければならない.

関連がすぐにわからなければ補助問題を考えなければならない.

そうして解答の計画をたてなければならない.

第3 計画を実行せよ.

第4 えられた答を検討せよ.

流れ学分野の教科書問題

手元の教科書の内容

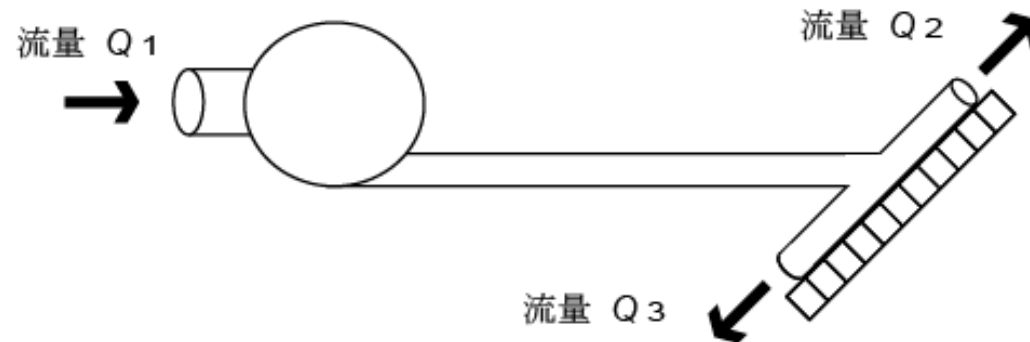
- (1) 流体の性質, 基礎方程式, 理想流体, 粘性流体, 境界層, 噴流・後流, 圧縮性流体
- (2) 流体の性質, 静水力学, 運動方程式, 管内流と損失, 運動量の法則, 相似則, 非定常流, 開きよ

「いかにして流体力学問題をとくか」を支える知識

- ・ 文章, 説明図を読む力. 物理的直感, 常識
- ・ 物理・化学 (理科科目) 的知識
- ・ 流体工学に関する知識

⇔ 数学文章問題, 図形の証明
どのような知識が必要か. どのように記述するか.

流れ学問題表現



文書の理解
図の理解

ポンプ入口状態

⇒

ポンプ

⇒

ポンプ出口状態

状態-0

静的状態拘束

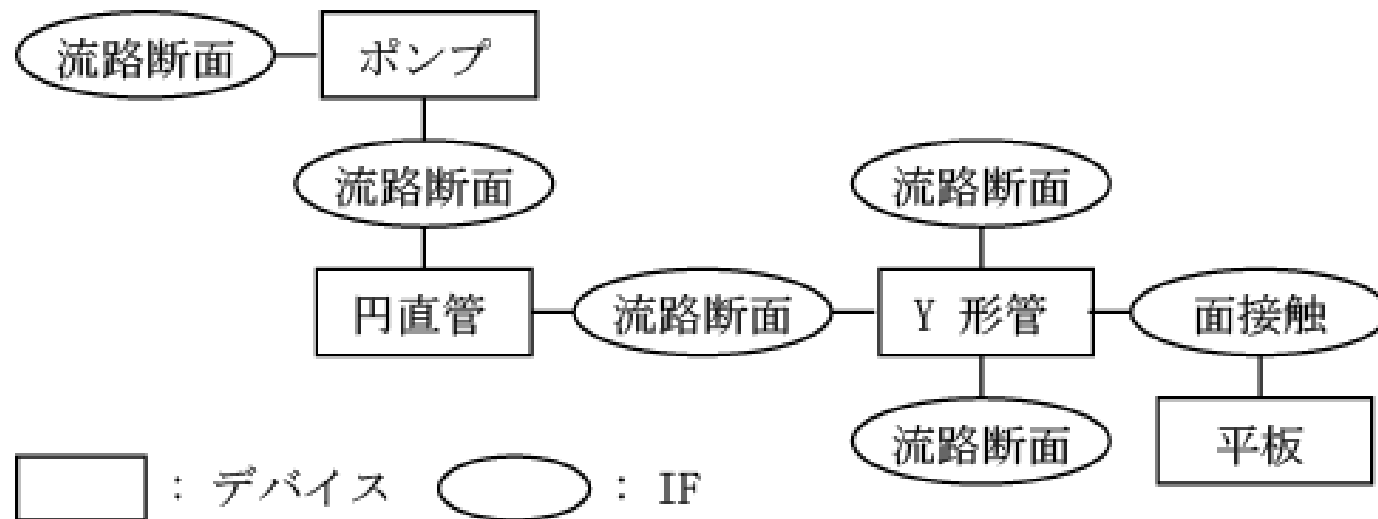
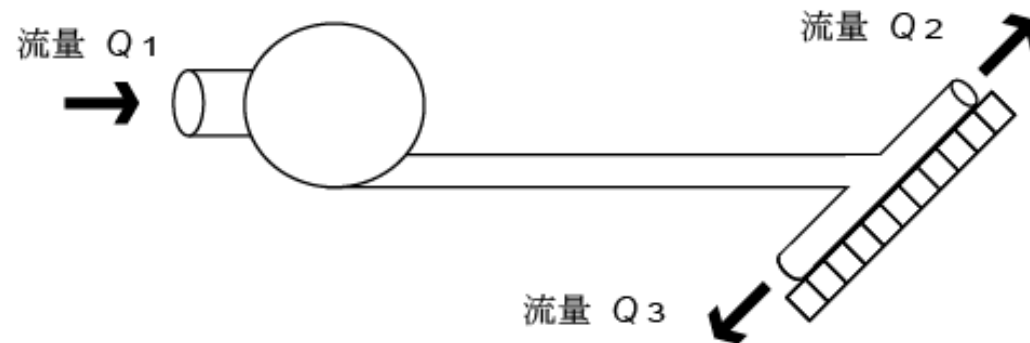
装置-0

動的状態拘束

状態-1

静的状態拘束

構成的問題表現と支配方程式の導出



□ : デバイス ○ : IF

流れ方向推定のためのヒューリスティクス

拘束レベル

A : ポンプなどの動力源が作る
強制的な流れ

B : 強制的な流れに追従する流れ

C : 高低差に基づく流れ

拘束レベル		更新後の 流れ方向	更新後の 拘束レベル	信頼度
方向 1	方向 2			
A	A	任意 (*1)	A	+
A	B	方向 1	A	++
A	C	方向 1	A	+++
A	-	方向 1	A	++++
B	B	任意 (*2)	B	+
B	C	方向 1	B	++
B	-	方向 1	B	+++
C	C	任意	C	+
C	-	方向 1	C	+++

*1 B以下の拘束レベルを持てば、その方向に従う。

*2 C以下の拘束レベルを持てば、その方向に従う。

状態での問題を解くための機構

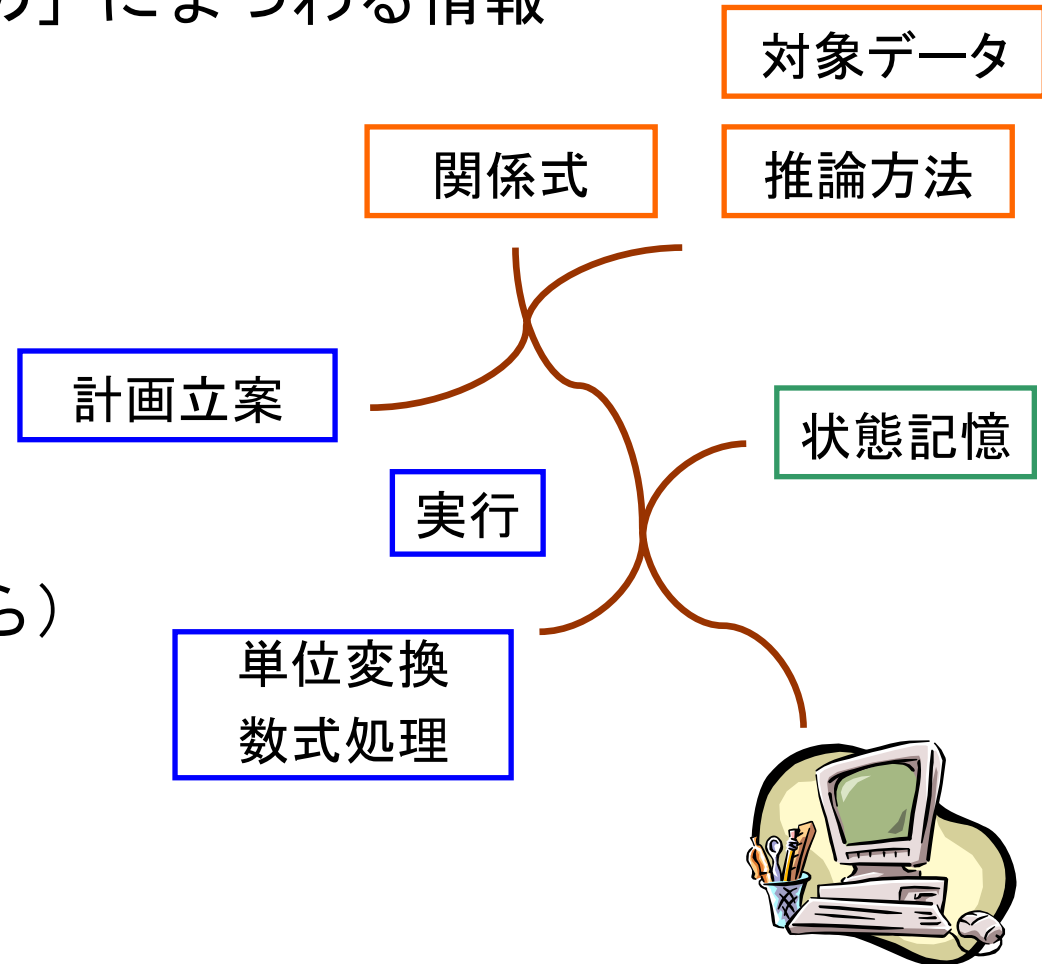
- ・ 水, 空気などの, 「もの」にまつわる情報
- ・ 物理量間の関係式

+

重力加速度は？
密度は？



初等問題でも（であるから）
常識, 暗黙的知識が必要.



モデルを解く（モデルを求める）

回転円錐体上の熱流体場

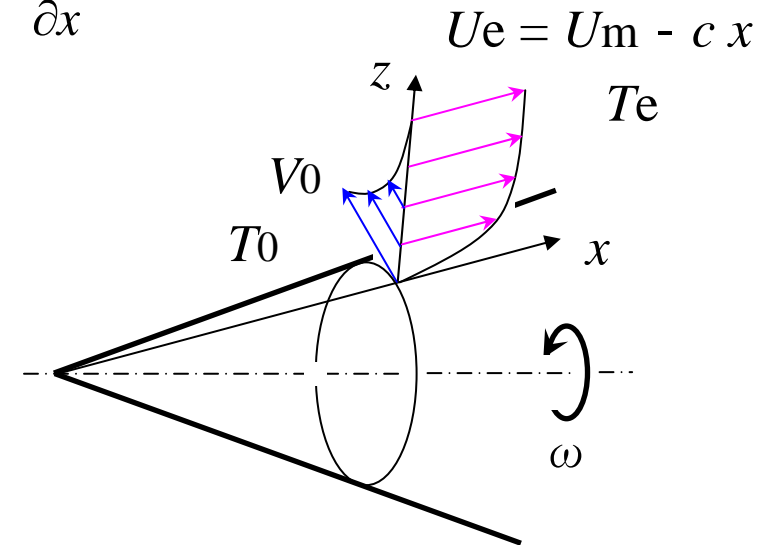
$$f''' + \frac{3}{2} f f'' + \alpha^2 x^2 g^2 + x(x-1) + x f'' \frac{\partial f}{\partial x} - x f' \frac{\partial f'}{\partial x} = 0$$

$$g'' + \frac{3}{2} f g' - 2 f' g + x \frac{\partial f}{\partial x} g' - x f' \frac{\partial g}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\theta''}{P_r} + \frac{3}{2} f \theta' + x \frac{\partial f}{\partial x} \theta' - x f' \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0$$

$$\eta = 0: f = 0, f' = 0, g = 1, \theta = 1$$

$$\eta = \eta_e: f' = 1 - x, g = 0, \theta = 0$$



モデルを解く (計算コードを作る)

PDE (

```
( <F'>-U
  <U'>-V
  <V'>+C1*F*V+C2<X>*G*G+C3<X>+X*V*<F'X>-X*U*<U'X>
  <G'>-Q
  <Q'>+C1*F*Q+C4*U*G+X*<F'X>*Q-X*U*<G'X>
  <THETA'>-S
  <S'>/PR+C1*F*S+X*<F'X>*S-X*U*<THETA'X>
(X ETA)
(F U V G Q THETA S)
()
(F=0 U=0 G=1 THETA=1)
(U=1-X G=0 THETA=0)
)
```

```
A(N+46)=-0.5*(X(IX)*U(IX,J-1)+X(IX)*U(IX,J-1)
&      +X(IX-1)*U(IX-1,J-1))/DX+0.5*X(IX)*U(IX-1,J-1))/DX
A(N+53)=-0.5*(X(IX)*U(IX,J)+X(IX)*U(IX,J)
&      +X(IX-1)*U(IX-1,J))/DX+0.5*X(IX)*U(IX-1,J)/DX
A(N+47)=-1.0/DETA+0.5*C1(X(IX))*F(XI,J-1)
&      +0.5*X(IX)*F(IX,J-1)/DX-0.5*X(IX)*F(IX-1,J-1)/DX
A(N+54)=1.0/DETA+0.5*C1(X(IX))*F(XI,J)+0.5*X(IX)
&      *F(IX,J)/DX-0.5*X(IX)*F(IX-1,J)/DX
A(N+48)=0.5*(C2(X(IX))*G(IX,J-1)+C2(X(IX))*G(IX,J-1))
A(N+55)=0.5*(C2(X(IX))*G(IX,J)+C2(X(IX))*G(IX,J))
A(N+67)=-1.0/DETA
A(N+74)=1.0/DETA
A(N+68)=-0.5
A(N+75)=-0.5
```

人の理解， 計算機の理解

人間の理解：

素人の理解， 物理受講者の理解，
工学部学生の理解， 大学院生の理解， ……

計算機の理解：

数値の羅列.

人間のレベルに合わせた説明と， 計算機の理解度の推定.
説明の方法（用語， 文書， 図式， 静止画， 動画…）.

↓ 選択

人間のモデル（学習者モデル）に適した説明を提示

計算機に， いきなりの説明を求めるのは酷.

プラトン流の形式言語体系

アイデア（小学館国語大辞典）

1. プラトン哲学における物の本質
2. 理念，観念.

I : アイデアの世界

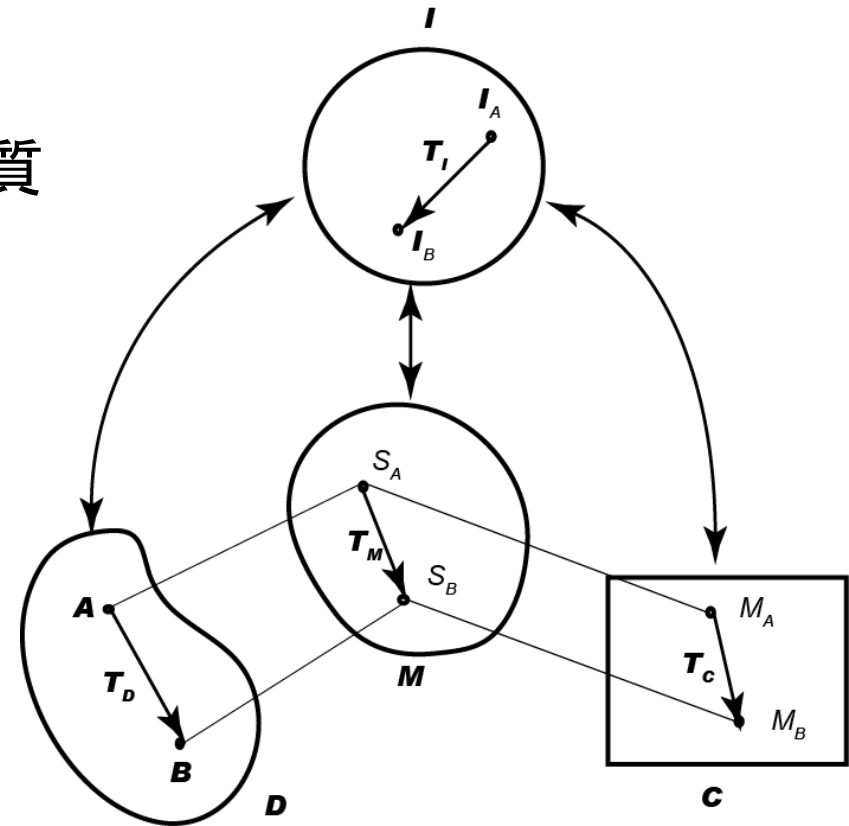
アイデアの射影

D : 実在の世界

M : 人間の世界

C : 計算機の世界

人間と計算機の意味疎通のための，
人間と計算機の共通理解の体系を作る．



Aが作用Tを経て
Bになる.

人と計算機が近づきあった形式言語体系

説明レベル, 対象の明確化:

アイデアの創造, モデル選定

対象概念の定義, シンボル化

辞書的定義, 内包的定義

外延的定義

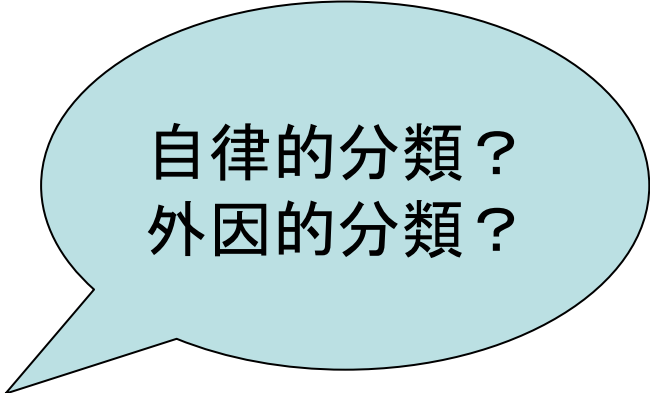
制約的定義

暫定的定義

綱目の選定と, 分類の確立

綱目についての全能の必要性?

概念間の関係の設定



自律的分類?
外因的分類?

日常言語と形式言語の狭間

言及する対象，人間の理解レベルを制限した上で，

形式言語の役割を，実験科学にも適用：(Tarski, Russell)
言語の，全ての用語と，構文規則を与える。

連続系支配方程式による現象の説明 (Feynman)
方程式が物理を説明する。

思考実験，定性方程式による現象の説明 (Mach, Kupiers)
模倣世界での理論的推論が有用である。

定性的説明，素朴物理 (Hayes)
直感を定式化して現象を説明する。

定量，定性の狭間

定性化の力は，抽象化，データ圧縮

流れが，層流だ，乱流だ.

カルマン渦が存在する.

安定している，周期的だ，カオス的だ.



層流が乱流になった: $Re = 2300$?

渦が現れた: 気象学者，生物学者は，同じ基準?

ニュートンレベルの安定性? 量子力学レベルの乱れ?



どこに敷居があるのか?

微係数ゼロは，1つの基準であるが . . .

説明のための背景

岡潔： 「事実の感知と時代精神の察知」
この当時（ニュートン，オイラーの時代），知られていたこと以外は何も知らないとして，・・・，今日Cauchyの第一定理（積分定理）の名で呼ばれている定理の存在が感知出来るかということです．

学生に，どのように専門教育が見えるか．
専門教育者に，学生がどのように見えるか．

粘性の影響が無視された時代に，剥離が説明できるか．

計算機出現以前に，計算の可能性が説明できるか．

オーダー評価による流体問題解決

境界層方程式： Parndtl (1904), 第3回国際数学会議
表面摩擦が無視できない層の存在 (\Leftrightarrow 摩擦は無視)
摩擦を受ける渦流が自由流に突出 (ヘルムホルツ)
放物形性質. 境界層が知れ渡るのは1920年代.

Yip, K.M. (1996)

漸近展開によるモデル簡略の自動化

平板に沿う流れのオーダー評価

→ 境界層方程式, $Re^{-1/2}$

平板後縁, 剥離点からの新しい流れのオーダー評価

→ 三層構造 (triple deck) by Sychev

$Re^{-5/8}$ (底層) : 粘性支配

$Re^{-4/8}$ (中層) :

$Re^{-5/8}$ (外層) : 排除厚さ, 圧力支配

計算を可能とするための過程

- ・ 流れの可視化, 流れ場の直感的分類法の創造
人間の流れに対する考え方の整理
- ・ 既存研究成果の吟味, 問題の核心・相互矛盾の明確化
データベース構築 → 構築過程で矛盾が露呈
- ・ 式の導出, 計画的簡略化法, 求解法の構築
数值的, 数式処理的問題解決法.
次元解析, 制約付き極限化操作.
- ・ 物理的イメージの言語化, 形式化
人間と計算機の共通言語の確立.
イメージ（五感, 内観）の日常言語化 → 形式言語化
→ 記号化 → プログラム化

渦流れの定量，定性的説明

QL : 定性的説明 :

ここに渦がある，渦が並んでいると指摘できた。
現象の，妥当な推論過程，経緯説明が得られた。

QN : 定量的説明 :

実験データ，可視化データが物理的に整理できた。
モデル方程式が発見，解析，意味づけ，実験と比較
できた。

QLとQNの融合 → Navier-Stokes方程式の流れの理解

流れの説明の段階

B. Russell

日常の言語から出発して、新しい探求を行うため、一段と鋭い用語を作り上げることは、まさしく科学と哲学の仕事である。

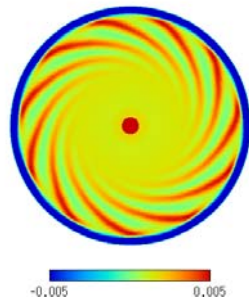
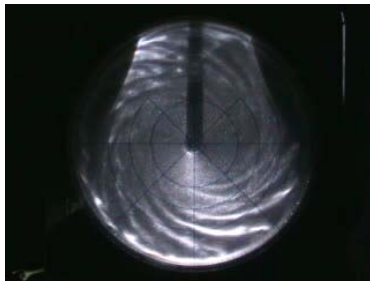
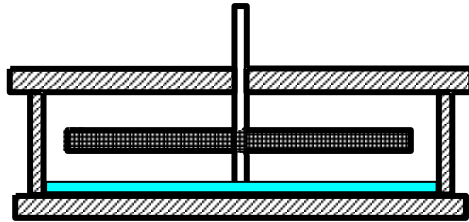
↓ 定量化，新用語の力。

新しい説明を行うためには、新しい概念形成と、そのシンボル化が必要となる。

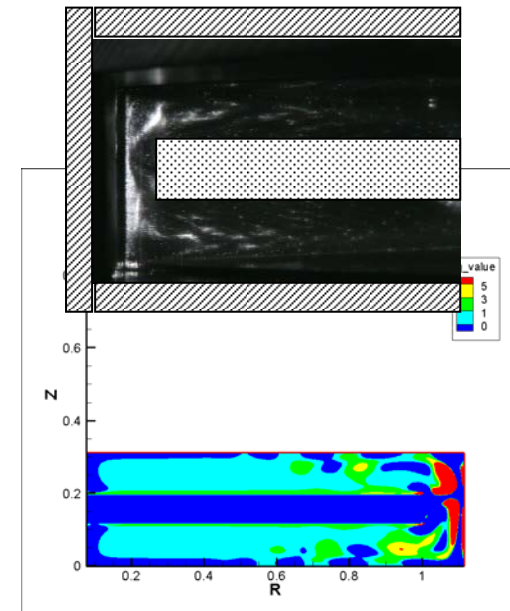
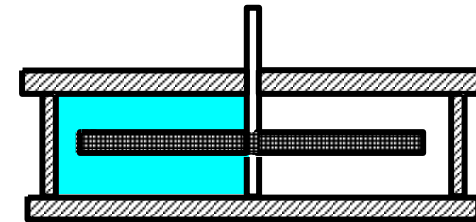
新しい概念により、より高い抽象性が獲得される可能性があり、より豊富な知識が共有できる。

回転円板まわりの渦の説明

end wall of casing



azimuthal section



スパイラル渦だ！

壁乱流の渦の説明

Ardian, R.J., Hairpin vortex organization in wall turbulence,
Phys. Fluids, 19 (2007), 041301.

図3 (9) Theodorsen, T. (1952), (12) Rosbin, S.K. (1991)

図4 (31) Ardian, R.J., Lui. Z.-C. (2002)

図7 (37) Zhou, J., Ardian R.J., Balachandar (1999)

図10, 12

(33) Ardian, R.J., Meinhart, C.D., Tomkins, C.D., (2000).

図13 (56) Tomkins, C.D., Adrian, R.J., (2001).

図14 (63) Ardian, R.J., Balachandar, S., Liu Z.-C. (2001).