

データ同化を用いたVaRTMの 三次元樹脂含浸分布推定

塩田 修也

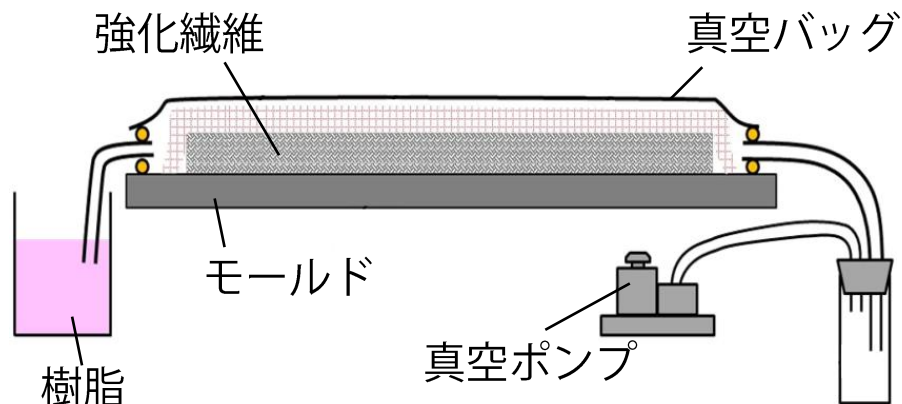
東京理科大学大学院
理工学研究科
機械工学専攻
修士課程1年

発表内容

- 研究背景
- 提案手法
- 数値実験
 - i. データ同化の有無による推定性能への影響
 - ii. 誤差低減手法における推定性能の評価
- 結言

研究背景

◆VaRTM (Vacuum assisted Resin Transfer Molding)



VaRTM概念図



VaRTMによるGFRP成形品

- ✓ 低コスト
- ✓ 複雑形状の一体成形

- ✓ 成形不良の発生



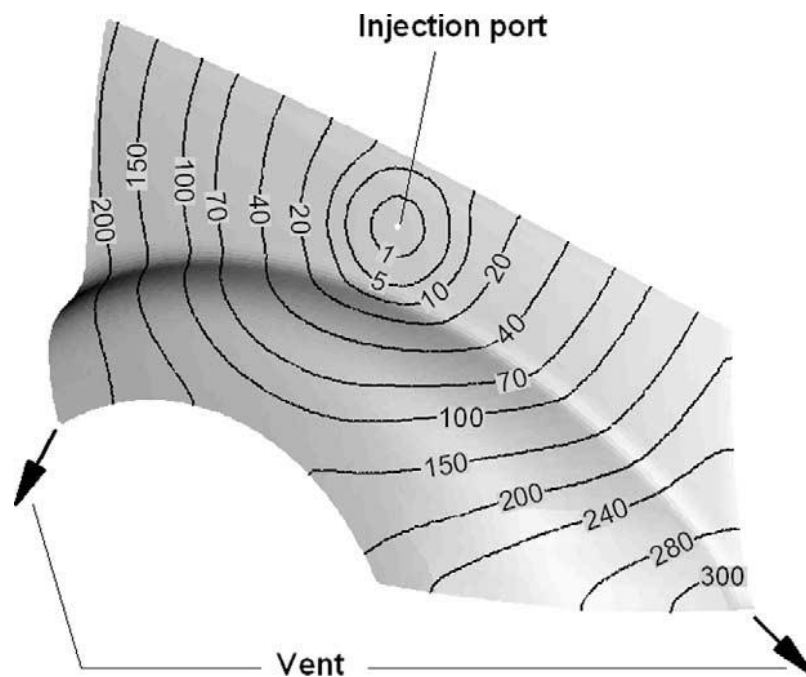
力学的特性の低下

- 数値シミュレーションによる樹脂含浸挙動の予測
- 実験的な樹脂含浸過程の観察

研究背景

◆数値シミュレーションによる予測

- 最適化を用いた注入条件策定
- 成形条件の不確実性を考慮した樹脂含浸シミュレーション
 - ✓ 成型品全体の品質向上
 - ✓ 適応的に成形条件の変更が必要



F. Trochu et al (2006).

研究背景

◆樹脂含浸過程の観察

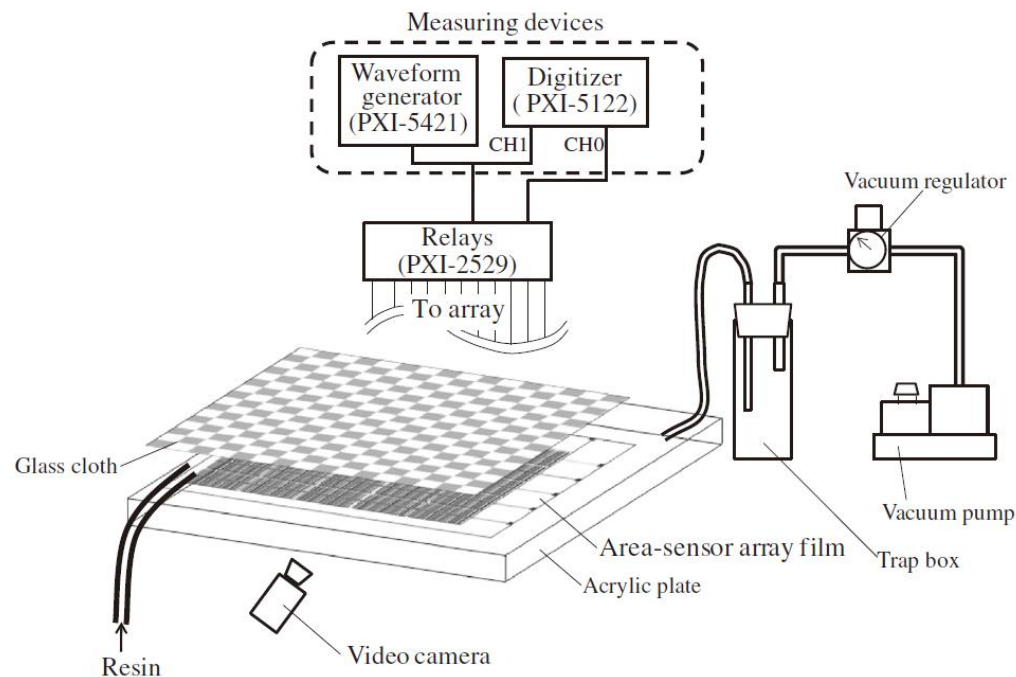
- センサ埋め込み型
使い捨てセンサの埋め込み
- センサ非埋め込み型
成形品表面にセンサを配置



高コスト化
力学的特性の低下



三次元構造に適用不可



研究目的

- ◆ 観測値と数値シミュレーションを融合した三次元的なフローモニタリング手法の提案
- ◆ 提案手法の有効性を数値実験により検証
- ◆ データ同化の手法による推定性能を評価

VaRTMの数値シミュレーション



実験 (測定)

樹脂注入



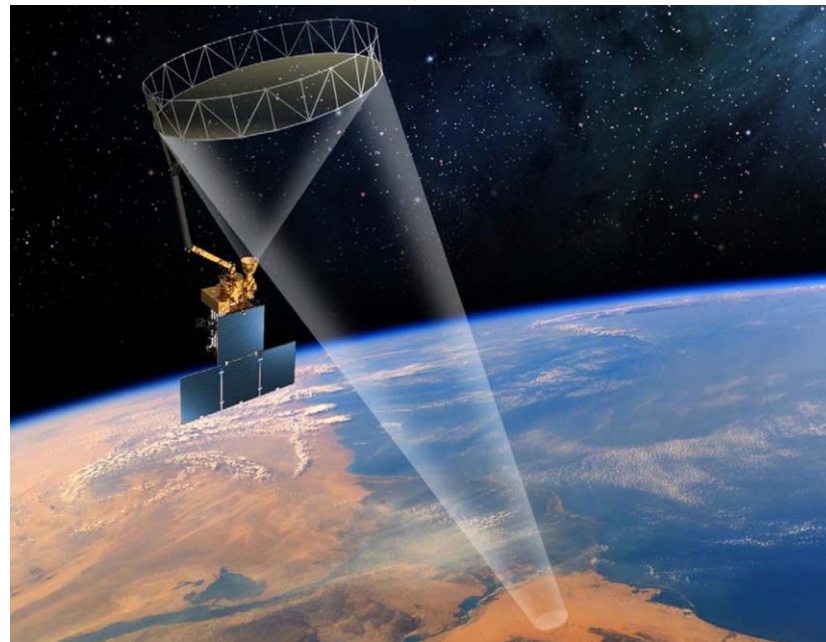
排出

データの統合 (データ同化)

三次元的な樹脂含浸推定

データ同化

- 測定データと数値シミュレーションの統合
- 適用目的
 - ✓ 実験データを用いた数値シミュレーションモデルの改善
 - ✓ 物理法則に従うシミュレーションによる測定不足の補間
- 各分野への応用拡大
気象学, 流体力学, 破壊力学, 生理学など



D. Entekhabi et al (2010).

発表内容

➤ 研究背景

➤ 提案手法

➤ 数値実験

- i. データ同化の有無による推定性能への影響
- ii. 誤差低減手法における推定性能の評価

➤ 結言

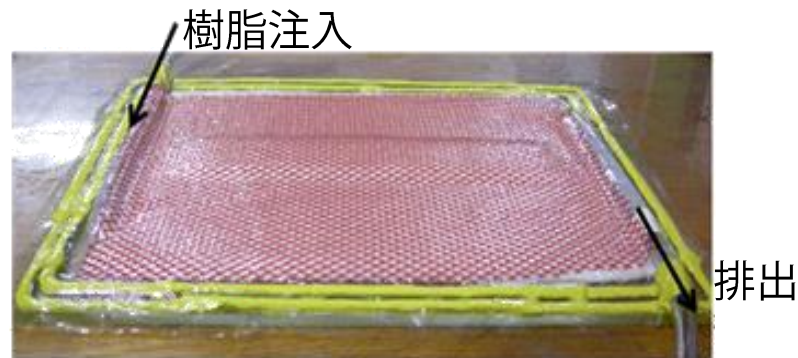
提案手法概要

◆ 数値シミュレーション



- ✓ 確率論的樹脂含浸シミュレーション

◆ 実験 (測定)



- ✓ フローフロント測定
- ✓ 樹脂流入量測定

データの統合
データ同化 (Ensemble Kalman Filter: EnKF)

三次元樹脂含浸推定
三次元浸透係数場推定

樹脂含浸シミュレーション

◆ 支配方程式

Darcy則 $\mathbf{u} = -\frac{\mathbf{K}}{\phi\mu}(\nabla P - \rho\mathbf{g})$

連続の式 $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$

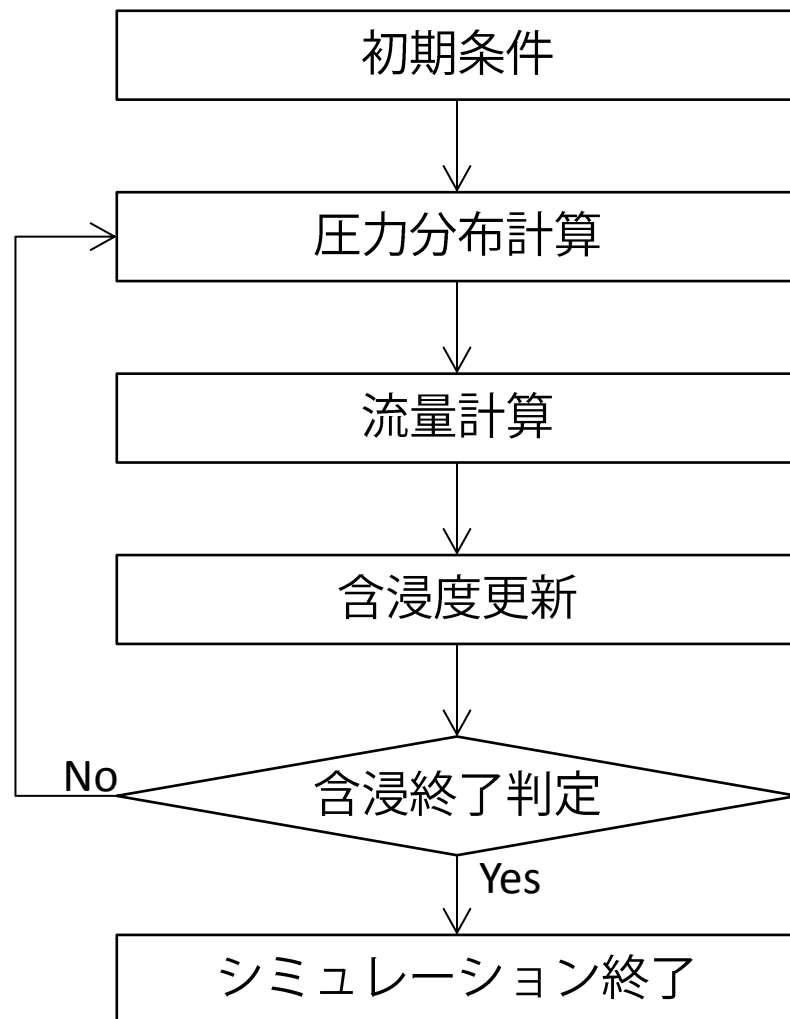
$\mathbf{u}$: 流速, $\mathbf{K}$: 浸透係数, ϕ : 空孔率
 μ : 樹脂粘度, P : 圧力, ρ : 樹脂密度,
 $\mathbf{g}$: 重力加速度

◆ 含浸状態 (含浸度)

$$\mathbf{f}_t = \begin{pmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_N \end{pmatrix} \begin{cases} f_i = 0 \\ 0 < f_i < 1 \\ f_i = 1 \end{cases}$$

$$f_i(t + \Delta t) = f_i(t) + \frac{Q_i(t)}{V_i} \Delta t$$

$f_i(t)$: 節点*i*の含浸度
 $Q_i(t)$: 隣接する節点からの流量
 V_i : 節点*i*における担当領域体積



浸透係数場生成

◆ 浸透係数 $\mathbf{K}$ （繊維材への樹脂の流れやすさ）

空間的に不均一かつ不確実

$$\mathbf{K}(\mathbf{x}) = \bar{\mathbf{K}}\alpha(\mathbf{x})$$

$\bar{\mathbf{K}}$: 平均浸透係数

$\alpha(\mathbf{x})$: 確率変数

σ_α^2 : 空間分散

η_x, η_y, η_z : 相関長さ

平均: $E[\alpha(\mathbf{x})] = 1$ 共分散: $\text{cov}[\alpha(\mathbf{x}), \alpha(\mathbf{x}')] = \sigma_\alpha^2 \exp\left\{-\frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}{\eta_x} - \frac{|y - y'|}{\eta_y} - \frac{|z - z'|}{\eta_z}\right\}$

◆ $\alpha(\mathbf{x})$ の離散的表現

要素ごとに定義

$$\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1 \quad \cdots \quad \alpha_{NE})^T$$

NE : 要素数

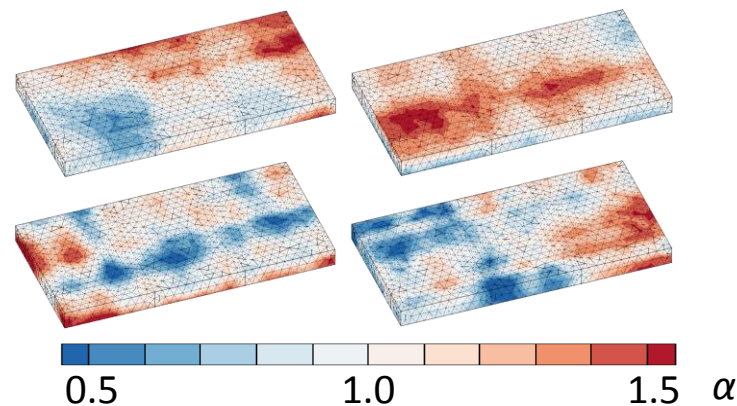
◆ パラメータを近似

共分散行列の固有値分解(KL展開)により

$\boldsymbol{\alpha}$ を低次元に近似 ($NE > Q$)

$$\boldsymbol{\alpha} \approx \mathbf{1} + \mathbf{U}_Q \sqrt{\boldsymbol{\Lambda}_Q} \boldsymbol{\beta}$$

固有値モード



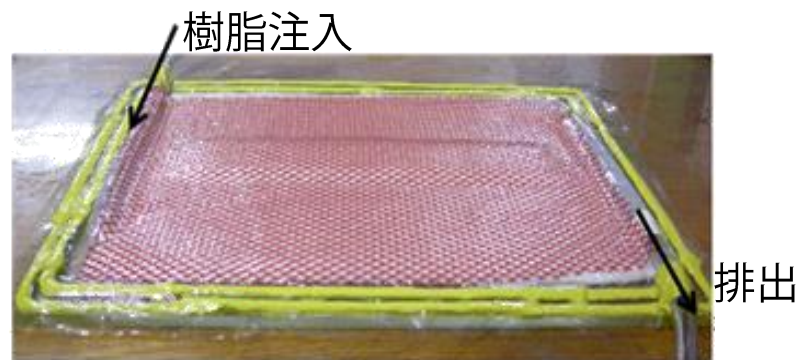
提案手法概要

◆ 数値シミュレーション



- ✓ 確率論的樹脂含浸シミュレーション

◆ 実験 (測定)

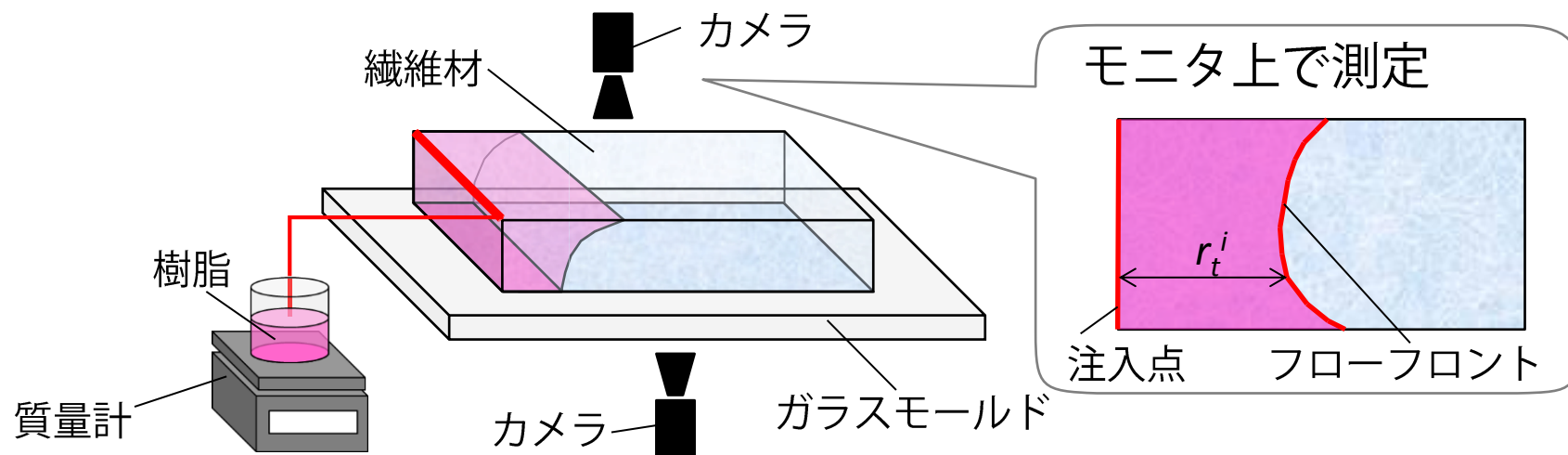


- ✓ フローフロント測定
- ✓ 樹脂流入量測定

データの統合
データ同化 (Ensemble Kalman Filter: EnKF)

三次元樹脂含浸推定
三次元浸透係数場推定

樹脂含浸挙動測定



観測値: $\mathbf{y}_t = \begin{pmatrix} \mathbf{r}_t \\ \Delta m_t \end{pmatrix}$

➤ フローフロント測定

$$\mathbf{r}_t = (r_t^1 \quad \dots \quad r_t^M)^T$$

M : フローフロント測定数

➤ 質量測定

樹脂減少量: Δm_t

推定

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{H}\mathbf{f}_t$$

含浸状態 (含浸度)

$$\mathbf{f}_t = \begin{pmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_N \end{pmatrix} \quad \begin{cases} f_i = 0 \\ 0 < f_i < 1 \\ f_i = 1 \end{cases}$$

N : 節点数

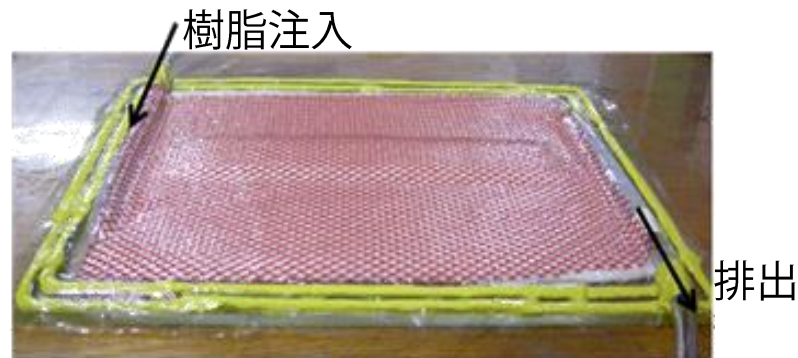
提案手法概要

◆ 数値シミュレーション



- ✓ 確率論的樹脂含浸シミュレーション

◆ 実験 (測定)



- ✓ フローフロント測定
- ✓ 樹脂流入量測定

データの統合
データ同化 (Ensemble Kalman Filter: EnKF)

三次元樹脂含浸推定
三次元浸透係数場推定

Ensemble Kalman Filterによる統合

樹脂含浸シミュレーション

$$\mathbf{x}_t^{f(l)} = F(\mathbf{x}_{t-1}^{est(l)})$$

$\mathbf{f}_t$: 含浸度
 β_t : 浸透係数分布
 F : モデル演算子

$$\mathbf{x}_t = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_t \\ \beta_t \end{pmatrix}$$

含浸挙動の測定

$$\mathbf{y}_t = \begin{pmatrix} \mathbf{r}_t \\ \Delta m_t \end{pmatrix}$$

$\mathbf{r}_t$: フロアフロント観測値
 Δm_t : 樹脂減少量
 $\mathbf{H}$: 観測行列

$$\mathbf{y}_t = [\mathbf{H} \quad \mathbf{0}] \begin{pmatrix} \mathbf{f}_t \\ \beta_t \end{pmatrix} = \bar{\mathbf{H}} \mathbf{x}_t$$

データの統合

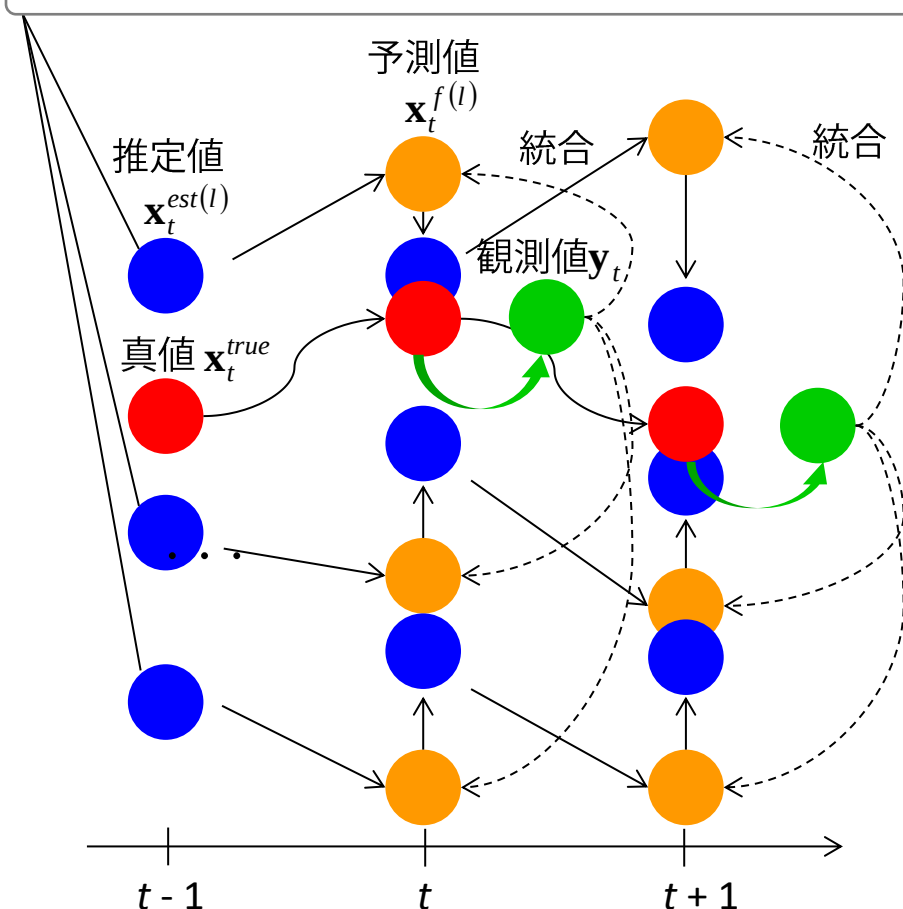
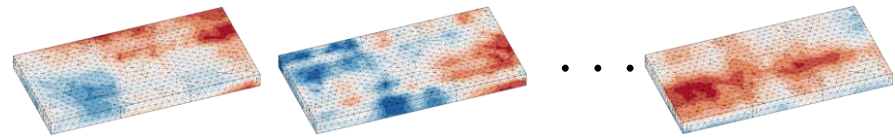
$$\mathbf{x}_t^{est(l)} = \mathbf{x}_t^{f(l)} + \bar{\mathbf{G}}_t (\mathbf{y}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t^{(l)} - \bar{\mathbf{H}}_t \mathbf{x}_t^{f(l)})$$

アンサンブル平均

$$\bar{\mathbf{x}}_t^{est} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{x}_t^{est(l)}$$

$\bar{\mathbf{G}}_t$: カルマンゲイン
 $\boldsymbol{\varepsilon}_t^{(l)}$: 観測誤差
 L : メンバー数

アンサンブルメンバー



発表内容

➤ 研究背景

➤ 提案手法

➤ 数値実験

i. データ同化の有無による推定性能への影響

ii. 誤差低減手法における推定性能の評価

➤ 結言

数値実験による検証

◆真値（推定対象）

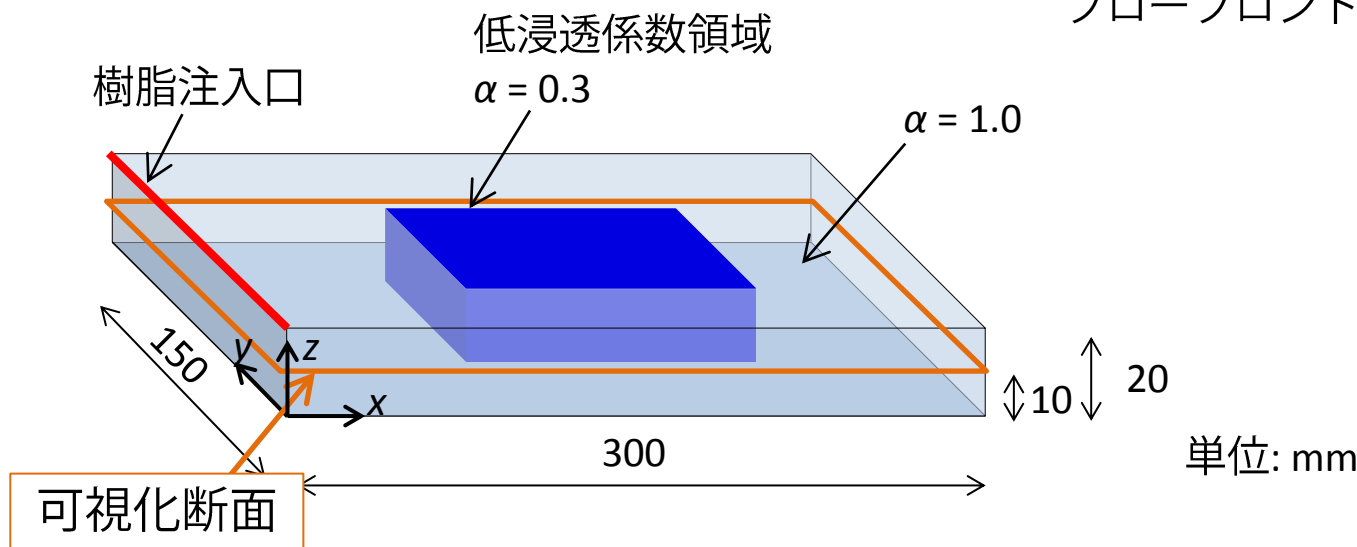
➤ 浸透係数分布

$$\mathbf{K}(\mathbf{x}) = \bar{\mathbf{K}}\alpha(\mathbf{x})$$

節点数：1071

要素数：3976

フローフロント測定数：20



✓シミュレーションで実験を模擬

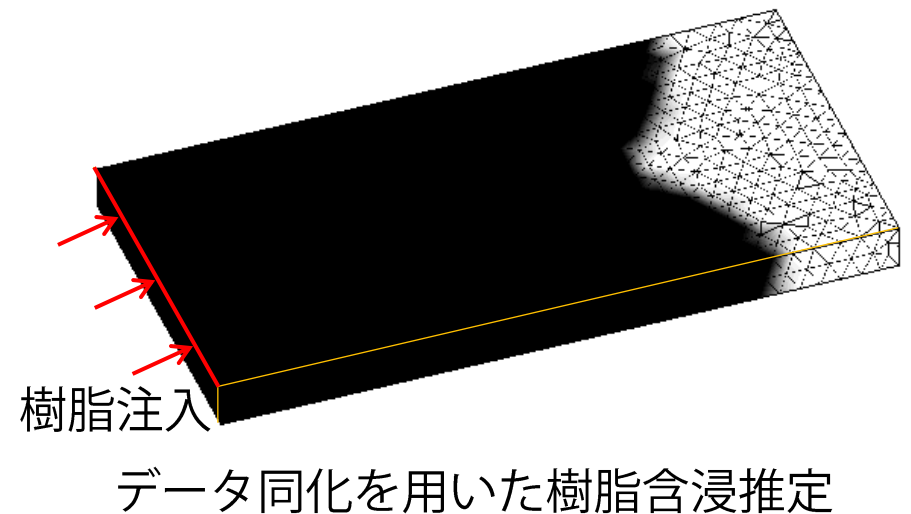
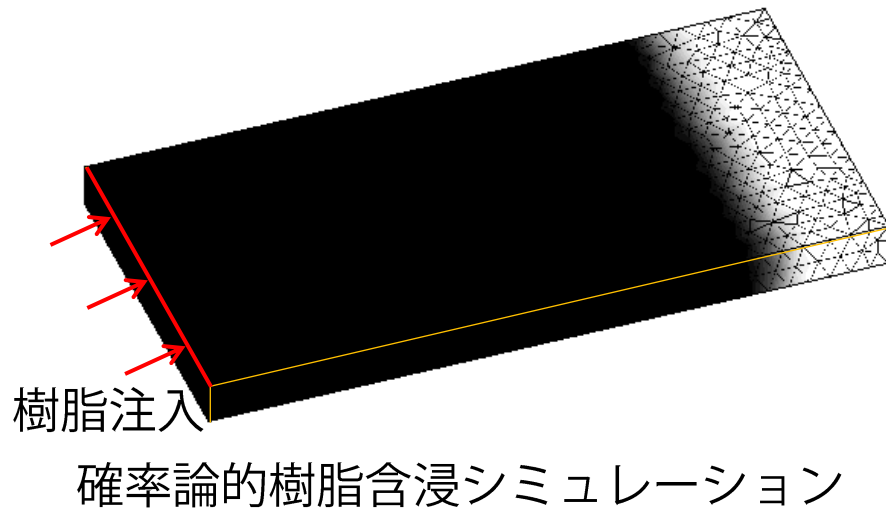
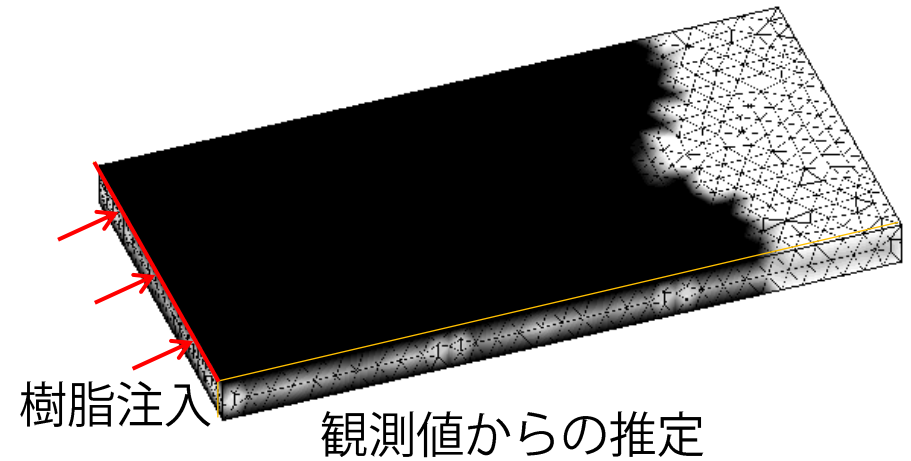
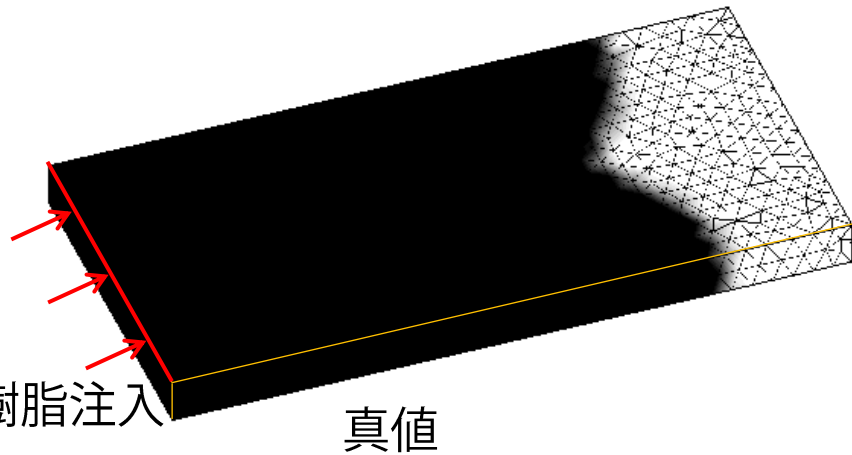
➤ 推定手法

- 確率論的樹脂含浸シミュレーション
- 観測値単体からの樹脂含浸推定
- EnKF用いた樹脂含浸推定

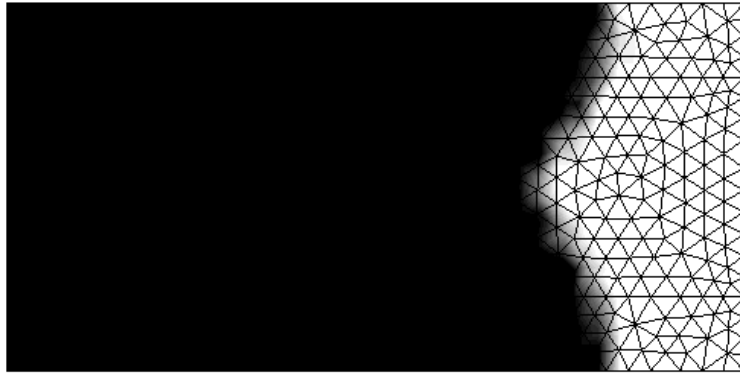
➡ データ同化なし

➡ データ同化あり

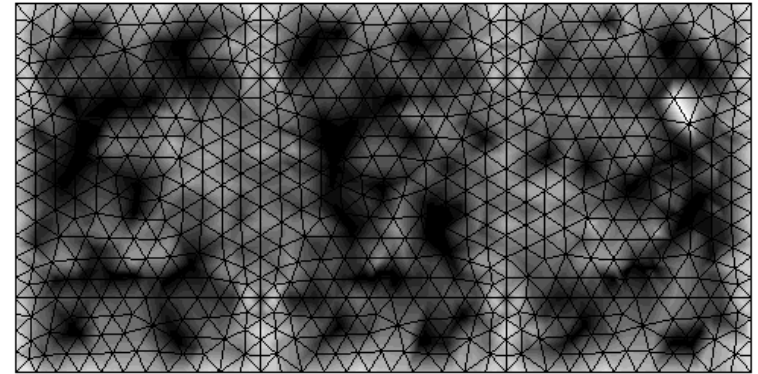
樹脂含浸挙動推定: モデル表面



樹脂含浸挙動推定: モデル内部



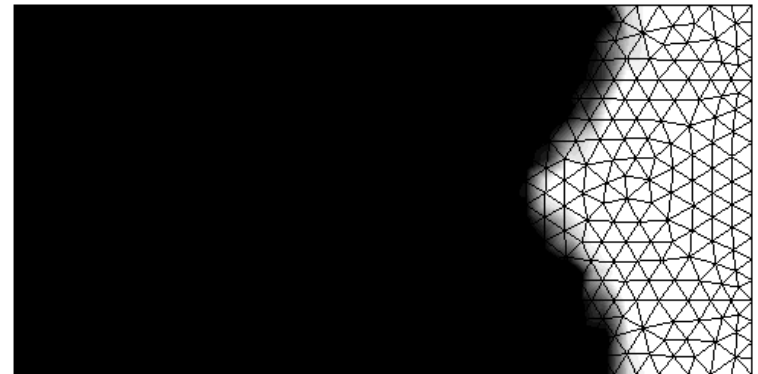
真値



観測値からの推定



確率論的樹脂含浸シミュレーション



データ同化を用いた樹脂含浸推定

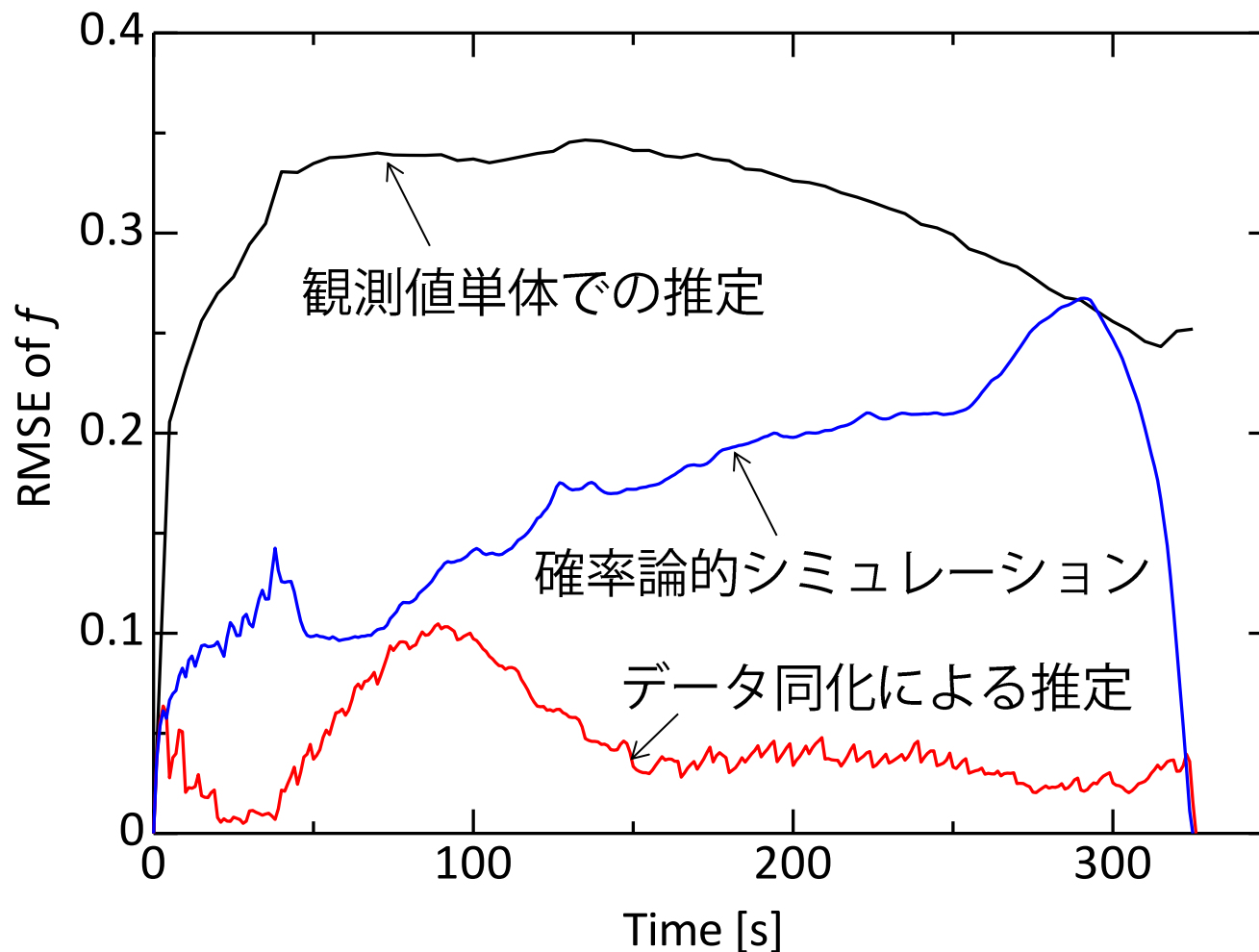
誤差の時間発展

➤ 誤差

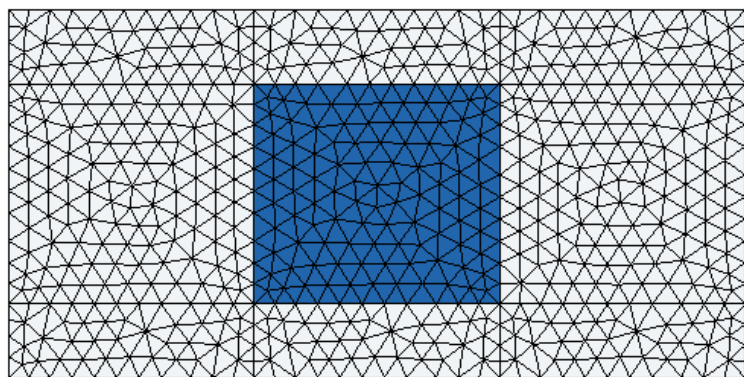
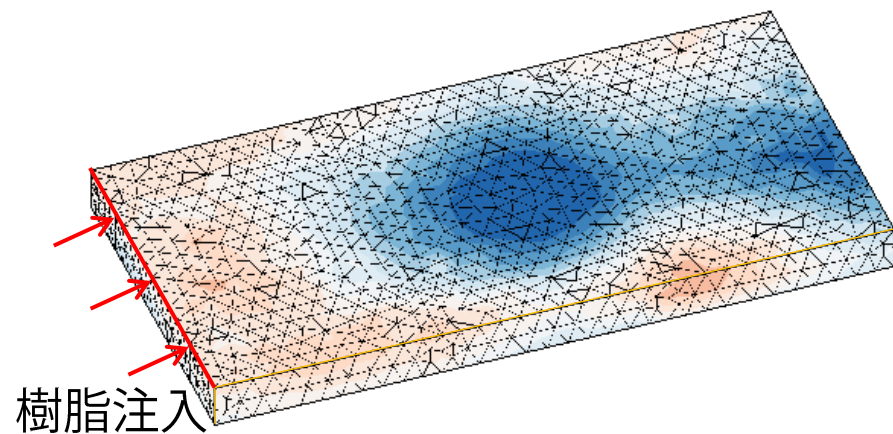
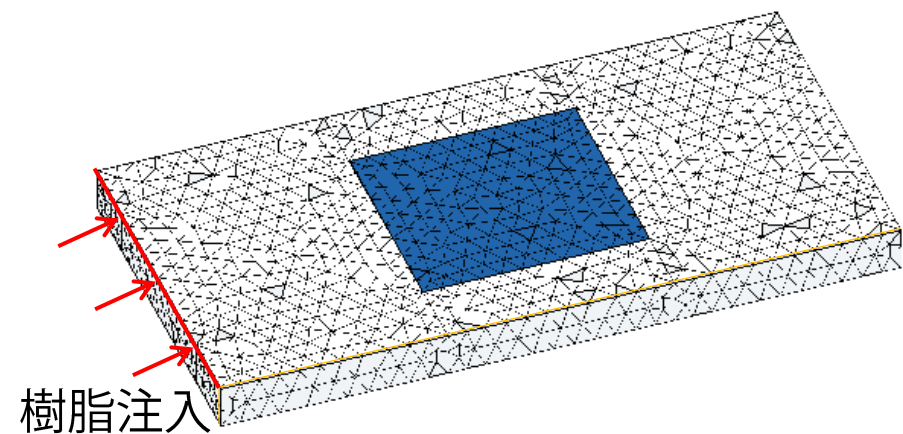
$$RMSE_t(\mathbf{f}_t) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{f_i^{true}(t) - f_i^{est}(t)\}^2}$$

N : 節点数

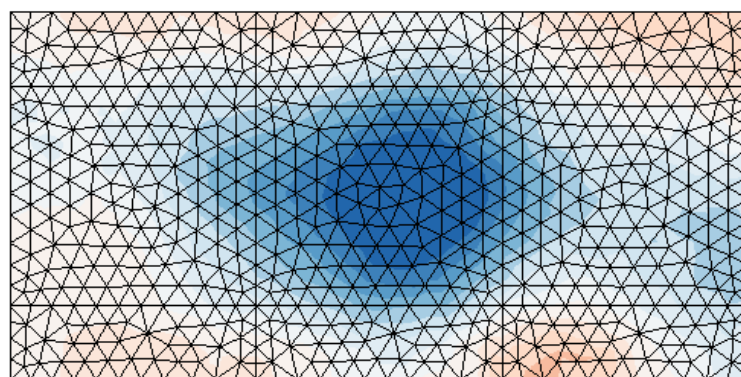
T : 時間ステップ数



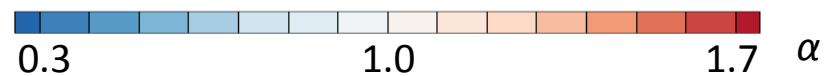
浸透係数分布推定



真値



データ同化を用いた樹脂含浸推定



発表内容

➤ 研究背景

➤ 提案手法

➤ 数値実験

i. データ同化の有無による推定性能への影響

ii. 誤差低減手法における推定性能の評価

➤ 結言

誤差低減手法の検討

◆ EnKF (Perturbed Observation法: PO法)

基本的なEnKFのアルゴリズム

- 攪乱付き誤差
- 非同期な観測値
- 初期値サンプリング

誤差発生要因



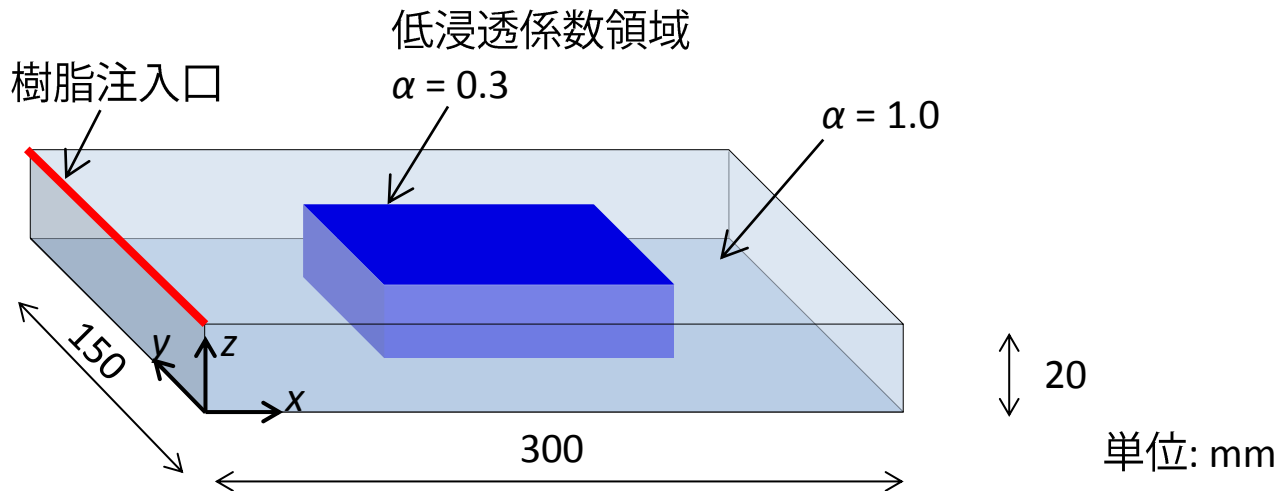
◆ EnKFにおける誤差低減手法の実装

- Ensemble square root filter
- Asynchronous ensemble Kalman filter
- Cubature ruleに基づく初期値サンプリング

数値実験による検証

◆真値（推定対象）

- 浸透係数分布 $\mathbf{K}(\mathbf{x}) = \bar{\mathbf{K}}\alpha(\mathbf{x})$



- ✓ EnKFの誤差低減手法を実装
EnSRF, 4DEnKF, Cubature rule sampling
- ✓ 推定性能を評価

誤差低減手法の検討

◆ EnKF (Perturbed Observation法: PO法)

基本的なEnKFのアルゴリズム

- 攪乱付き誤差
- 非同期な観測値
- 初期値サンプリング

誤差発生要因



◆ EnKFにおける誤差低減手法の実装

- Ensemble square root filter
- Asynchronous ensemble Kalman filter
- Cubature ruleに基づく初期値サンプリング

Ensemble square root filter

予測値 $\mathbf{x}_t^{f(l)}$ を平均部分と摂動部分に分割

平均部分 $\bar{\mathbf{x}}_t^f = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{x}_t^{f(l)}$

摂動部分 $\mathbf{X}_t'^f = [\mathbf{x}_t^{f(1)} - \bar{\mathbf{x}}_t^f, \dots, \mathbf{x}_t^{f(L)} - \bar{\mathbf{x}}_t^f]$

➤ EnKF (PO法)

攪乱付き誤差 $\mathbf{y}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t^o$ を予測値に統合 ➡ 推定誤差の拡大

$$\bar{\mathbf{x}}_t^a = \bar{\mathbf{x}}_t^f + \mathbf{K}_t (\mathbf{y}_t - \bar{\mathbf{H}} \bar{\mathbf{x}}_t^f) \quad \mathbf{X}_t'^a = \mathbf{X}_t'^f + \mathbf{K}_t (\boldsymbol{\varepsilon}_t^o + \bar{\mathbf{H}} \mathbf{X}_t'^f)$$

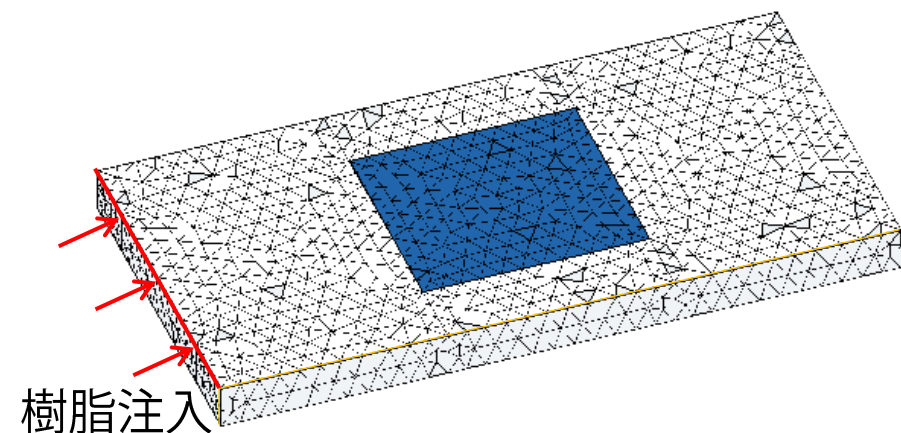
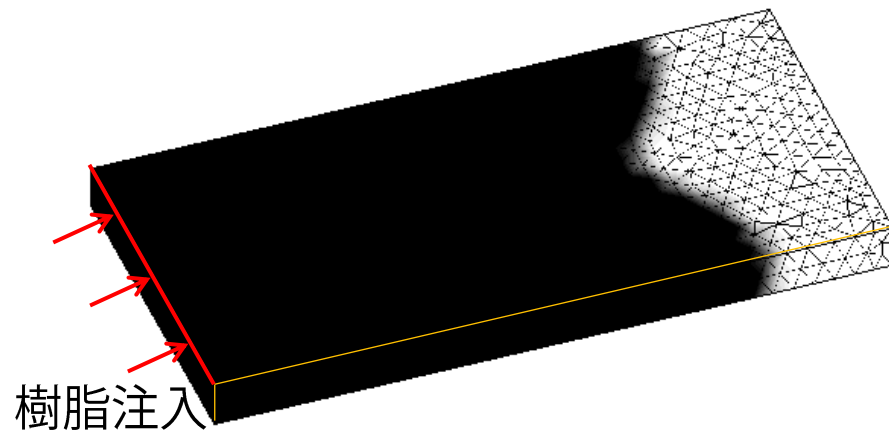
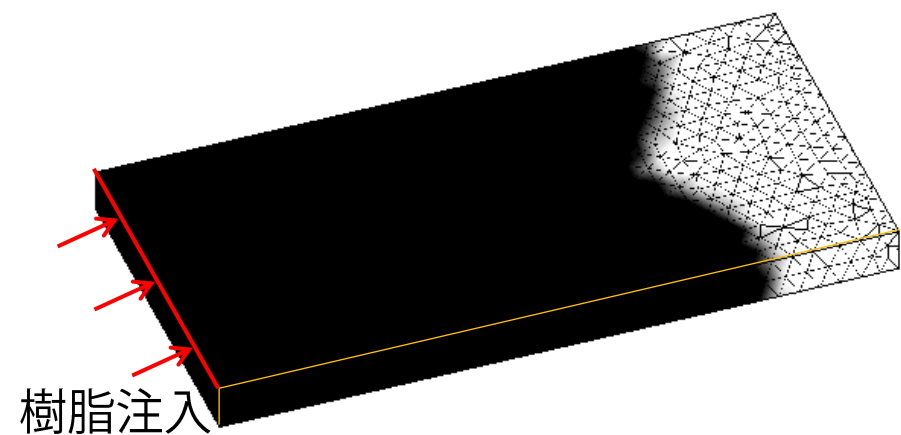
➤ Ensemble square root filter (EnSRF)

攪乱付き誤差を用いない推定

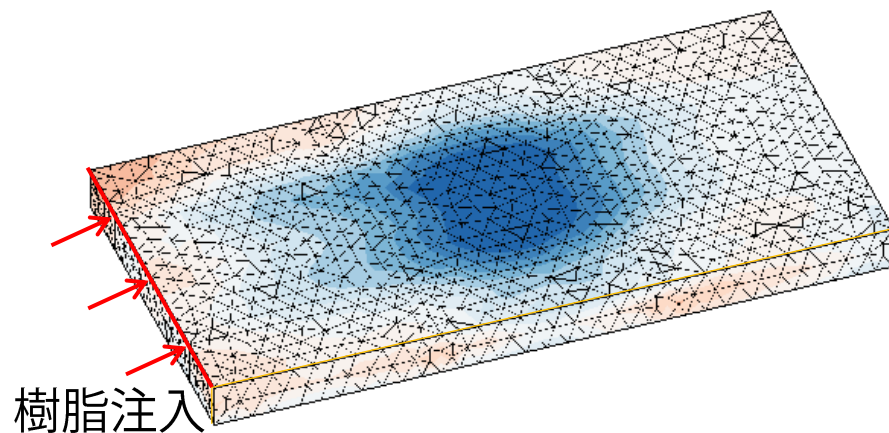
$$\bar{\mathbf{x}}_t^a = \bar{\mathbf{x}}_t^f + \mathbf{K}_t (\mathbf{y}_t - \bar{\mathbf{H}} \bar{\mathbf{x}}_t^f) \quad \mathbf{X}_t'^a = \mathbf{X}_t'^f - \alpha \mathbf{K}_t \bar{\mathbf{H}} \mathbf{X}_t'^f$$

ただし $\alpha = \left[1 + \sqrt{\mathbf{R} (\bar{\mathbf{H}} \mathbf{P}_t^f \bar{\mathbf{H}}^T + \mathbf{R})^{-1}} \right]^{-1}$

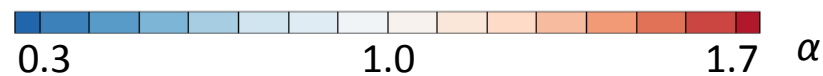
推定結果 (EnSRF)



真値



データ同化を用いた樹脂含浸推定



誤差低減手法の検討

◆ EnKF (Perturbed Observation法: PO法)

基本的なEnKFのアルゴリズム

- 攪乱付き誤差
- 非同期な観測値
- 初期値サンプリング

誤差発生要因

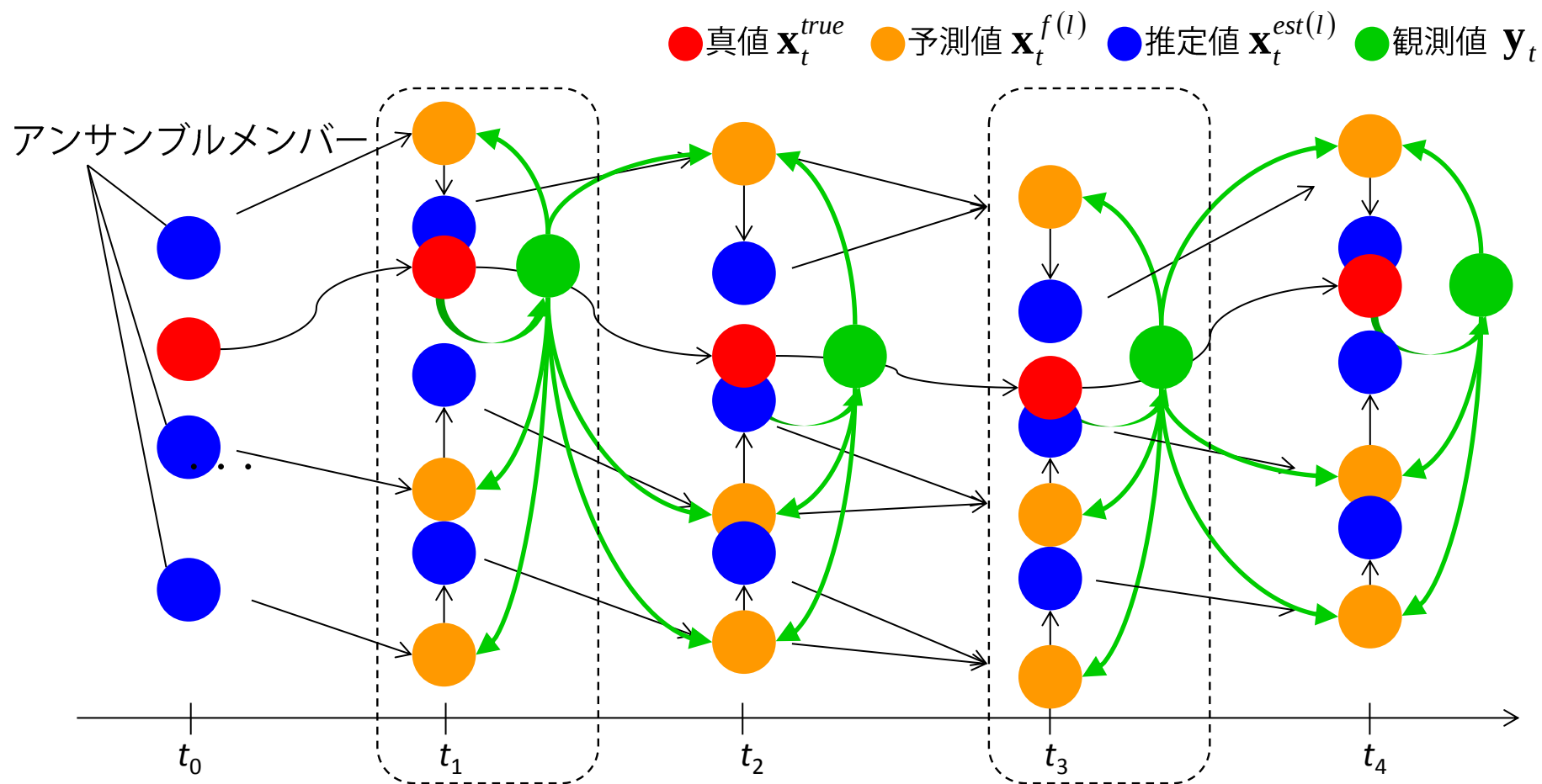


◆ EnKFにおける誤差低減手法の実装

- Ensemble square root filter
- Asynchronous ensemble Kalman filter
- Cubature ruleに基づく初期値サンプリング

Four-dimensional asynchronous EnSRF

- ◆ シミュレーションと観測の時間が一致しない
- ◆ 非同期型のデータ同化



Four-dimensional asynchronous EnSRF

➤ Four-dimensional asynchronous EnSRF (4DEnSRF)

時刻 t_0 において観測値 $\mathbf{y}_0$ を予測値 $\mathbf{x}_0^f$ に同化

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{x}}_0^a &= \bar{\mathbf{x}}_0^f + \mathbf{K}_0 (\mathbf{y}_0 - \bar{\mathbf{H}} \bar{\mathbf{x}}_0^f) & \mathbf{X}'_0^a &= \mathbf{X}'_0^f - \alpha_0 \mathbf{K}_0 \bar{\mathbf{H}} \mathbf{X}'_0^f \\ &= \bar{\mathbf{x}}_0^f + \delta \bar{\mathbf{x}}_0 & &= \mathbf{X}'_0^f + \delta \mathbf{X}'_0\end{aligned}$$

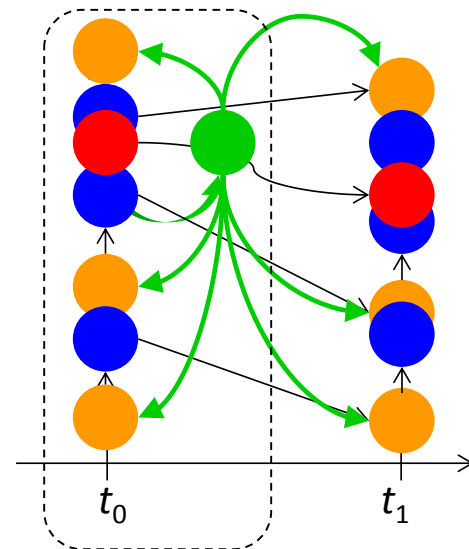
システムの線形発展 $\mathbf{M}_{01}$ を仮定

$$\delta \bar{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{M}_{01} \delta \bar{\mathbf{x}}_0 + O(\|\delta \bar{\mathbf{x}}_0\|^2)$$

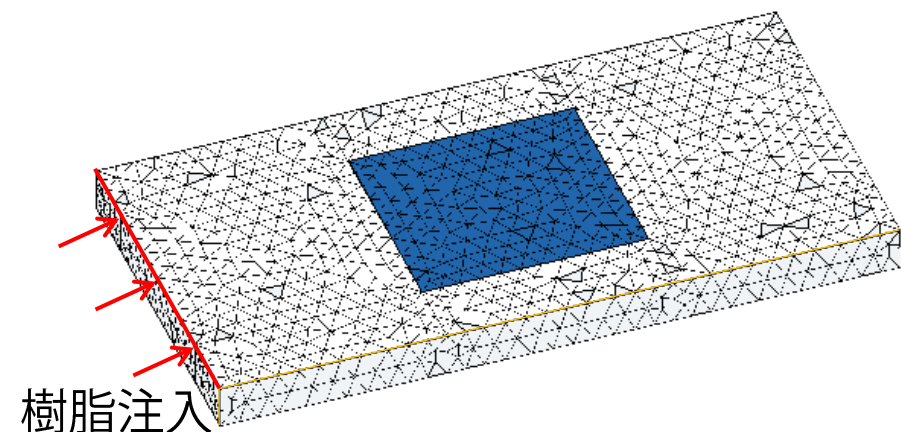
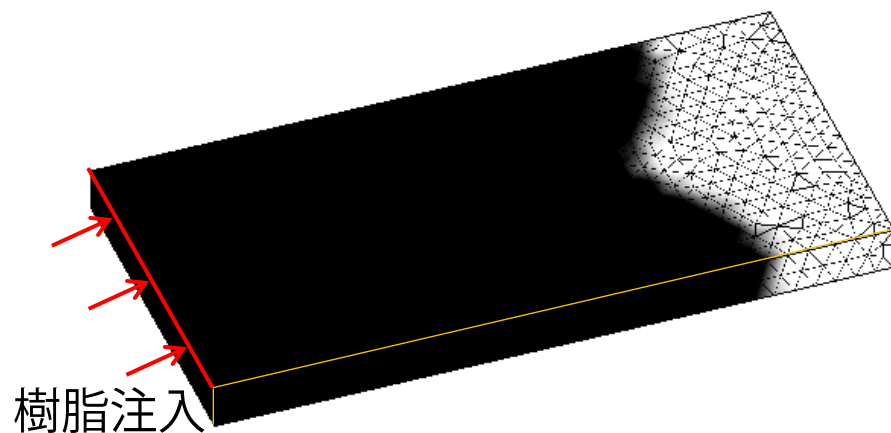
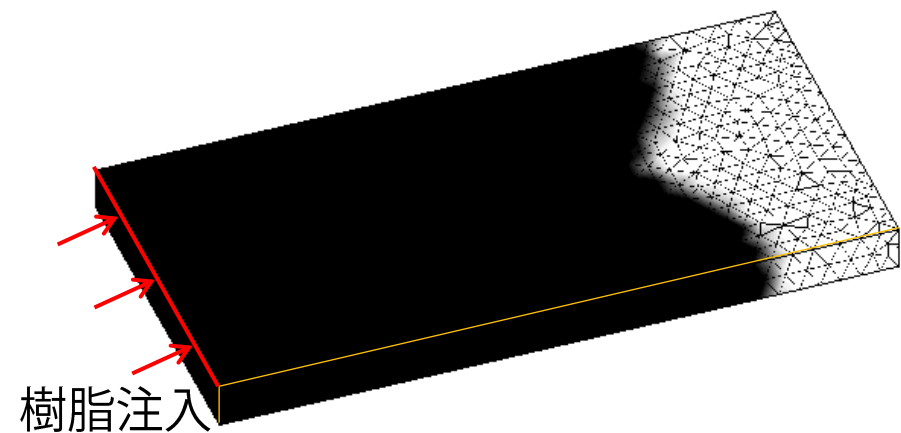
時刻 t_1 において観測値 $\mathbf{y}_1$ を予測値 $\mathbf{x}_1^f$ に同化

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{x}}_1^a &= \bar{\mathbf{x}}_1^f + \delta \bar{\mathbf{x}}_1^f & \mathbf{X}'_1^a &= \mathbf{X}'_1^f + \delta \mathbf{X}'_1^f \\ &\approx \bar{\mathbf{x}}_1^f + \mathbf{M}_{01} \delta \bar{\mathbf{x}}_0^f & &\approx \mathbf{X}'_1^f + \mathbf{M}_{01} \delta \mathbf{X}'_0^f \\ &= \bar{\mathbf{x}}_1^f + \mathbf{K}_{01} (\mathbf{y}_1 - \bar{\mathbf{H}} \bar{\mathbf{x}}_1^f) & &= \mathbf{X}'_1^f - \alpha_0 \mathbf{K}_{01} \bar{\mathbf{H}} \mathbf{X}'_1^f\end{aligned}$$

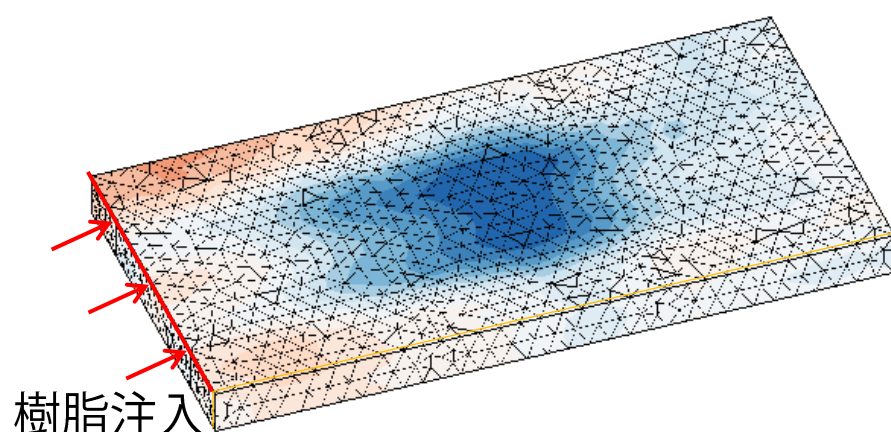
ただし
$$\mathbf{K}_{01} = \mathbf{X}'_1^f (\bar{\mathbf{H}} \mathbf{X}'_1^f)^T (\bar{\mathbf{H}} \mathbf{P}_1^f \bar{\mathbf{H}}^T + \mathbf{R})^{-1}$$



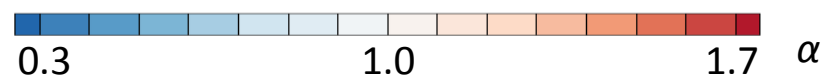
推定結果 (4DEnSRF)



真値



データ同化を用いた樹脂含浸推定



誤差低減手法の検討

◆ EnKF (Perturbed Observation法: PO法)

基本的なEnKFのアルゴリズム

- 攪乱付き誤差
- 非同期な観測値
- 初期値サンプリング

誤差発生要因



◆ EnKFにおける誤差低減手法の実装

- Ensemble square root filter
- Four-dimensional asynchronous ensemble Kalman filter
- Cubature ruleに基づく初期値サンプリング

Cubature ruleに基づくサンプリング

◆ モンテカルロサンプリング

- ✓ 擬似乱数を用いた初期値生成
- ✓ 状態ベクトルの確率密度をアンサンブル近似
- ✓ 統計量近似の精度向上には多数のサンプルが必要

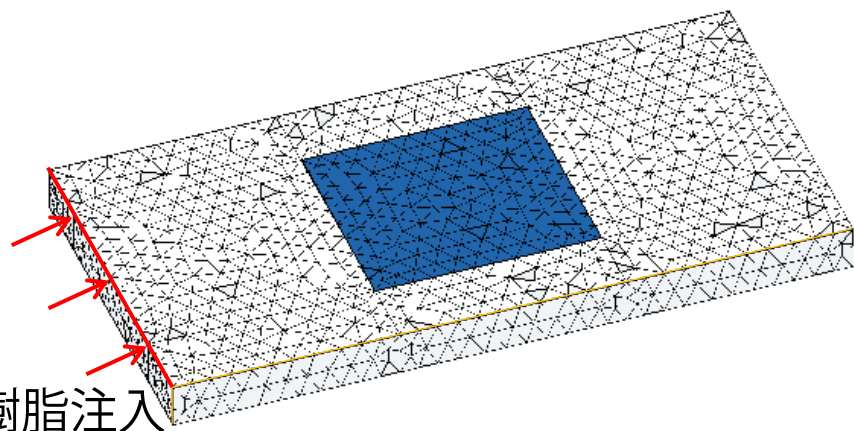
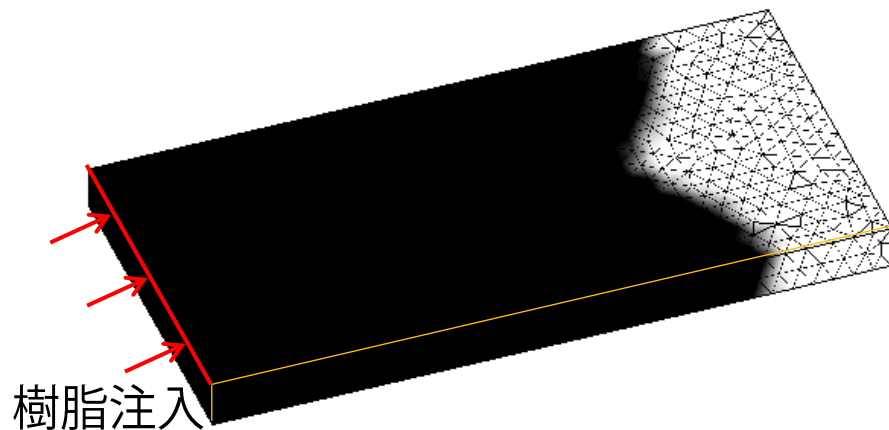
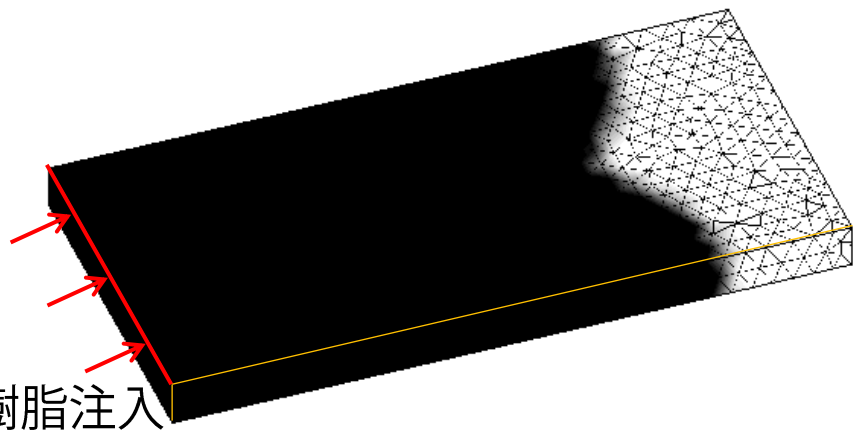


サンプリング誤差の発生
計算コストの増大

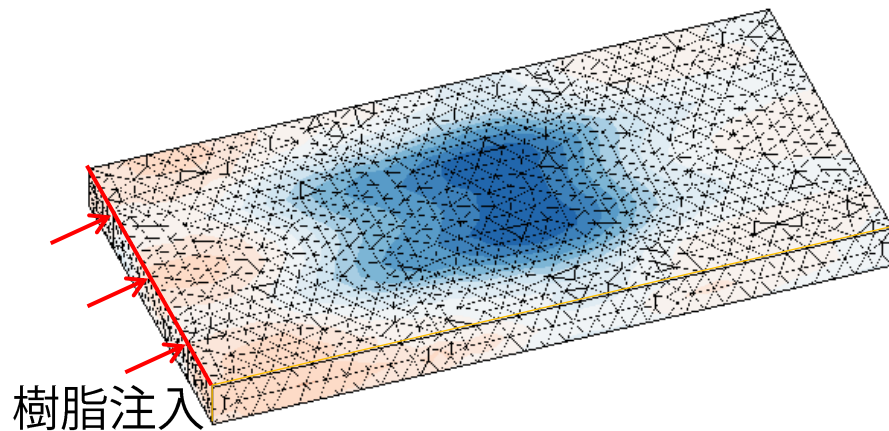
◆ Cubature ruleに基づく初期値サンプリング

- ✓ サンプルの期待値を効率的な期待値近似法
- ✓ 標準正規分布によるサンプリング誤差を抑制
- ✓ 決定論的な初期値サンプリング

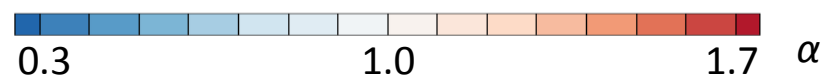
推定結果 (cubature rule sampling)



真値

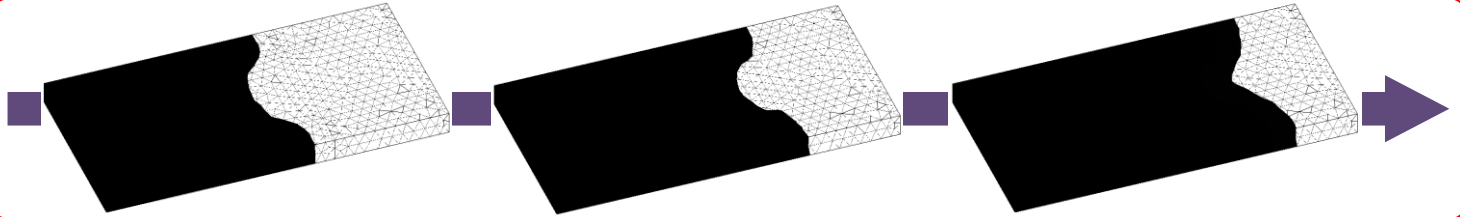


データ同化を用いた樹脂含浸推定

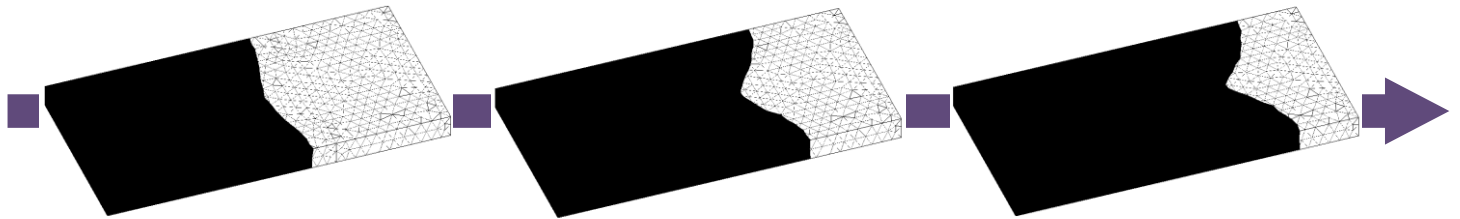


樹脂含浸推定性能比較

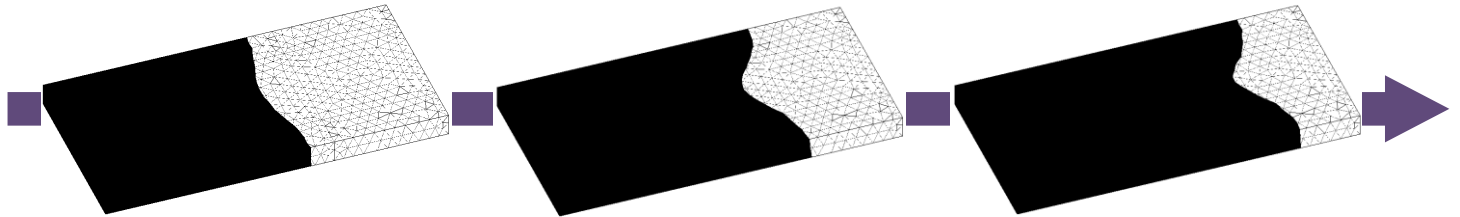
真値
(推定対象)



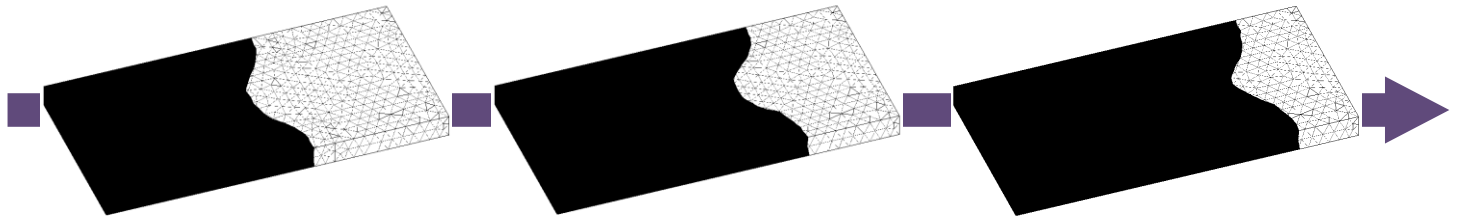
EnKF (PO法)



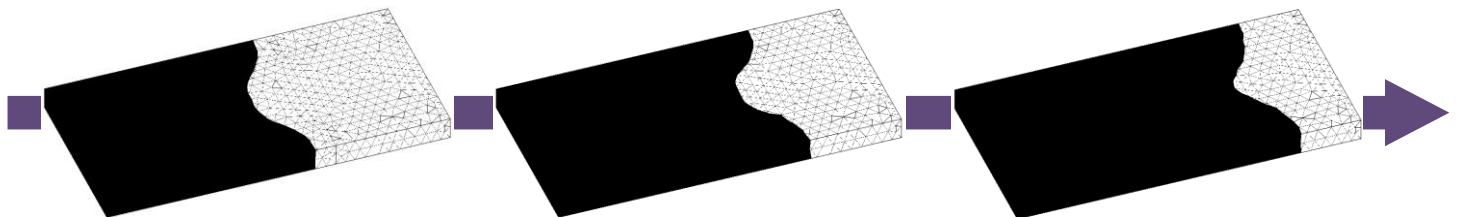
EnSRF



4DEnSRF



Cubature rule
sampling



樹脂含浸挙動推定の誤差

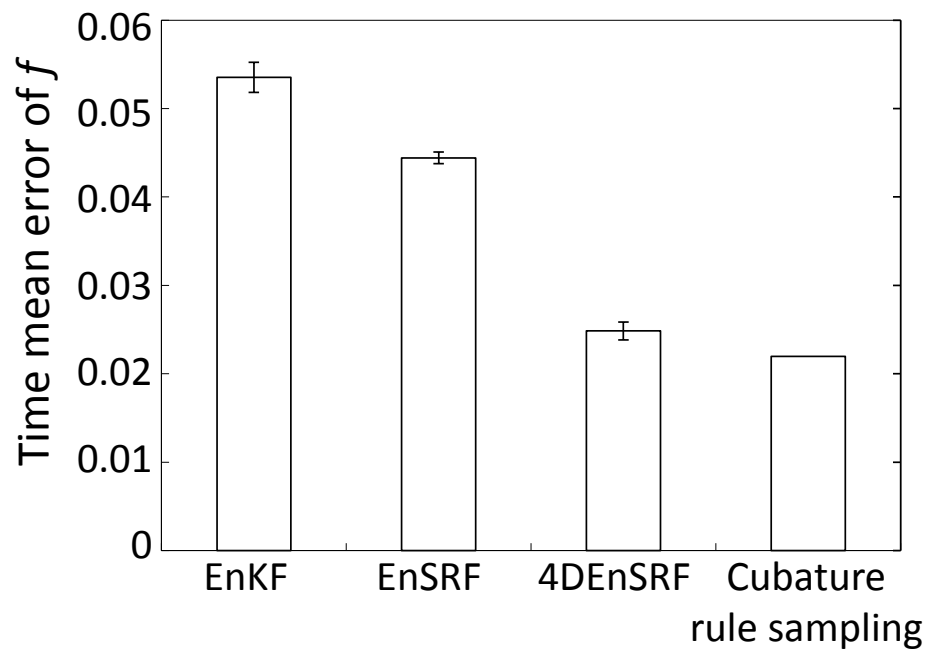
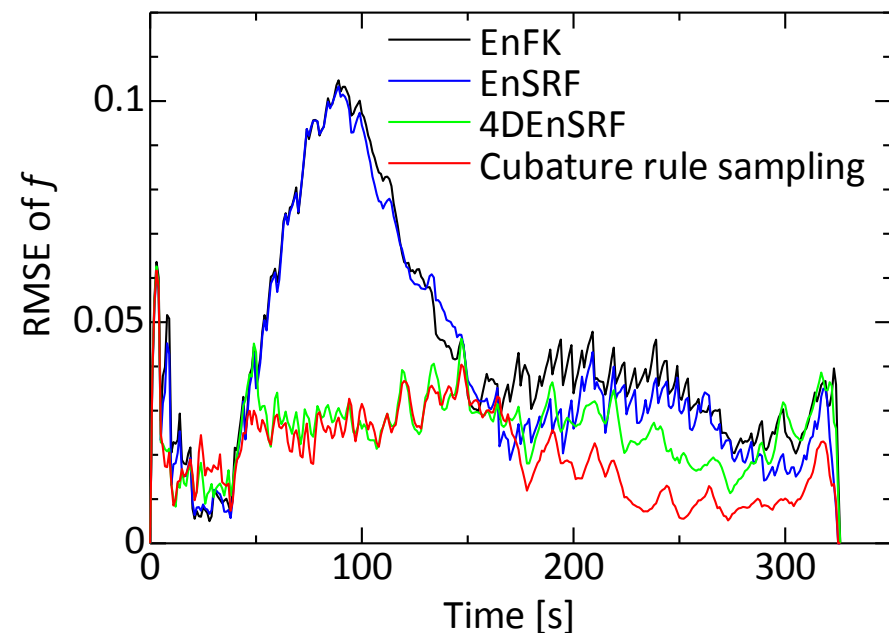
➤ 誤差

$$RMSE_t(\mathbf{f}_t) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{f_i^{true}(t) - f_i^{est}(t)\}^2}$$

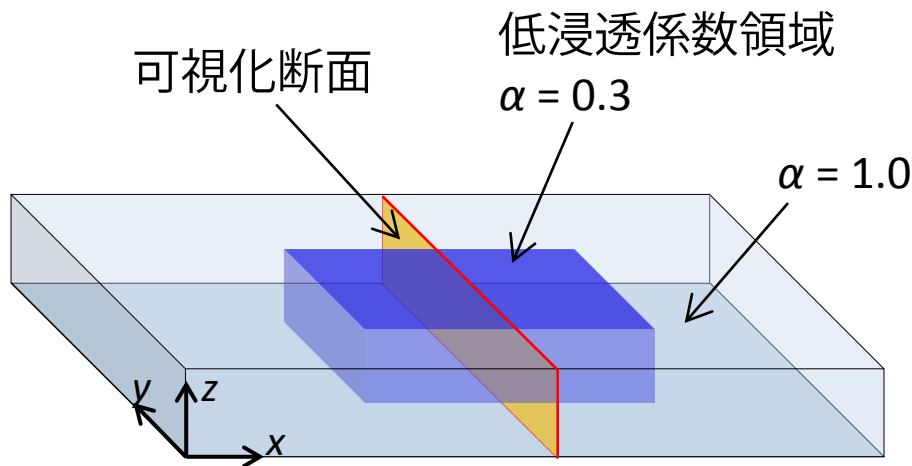
➤ 誤差の時間平均

$$\varepsilon(\mathbf{f}_t) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T RMSE_t(\mathbf{f}_t)$$

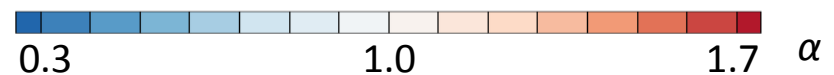
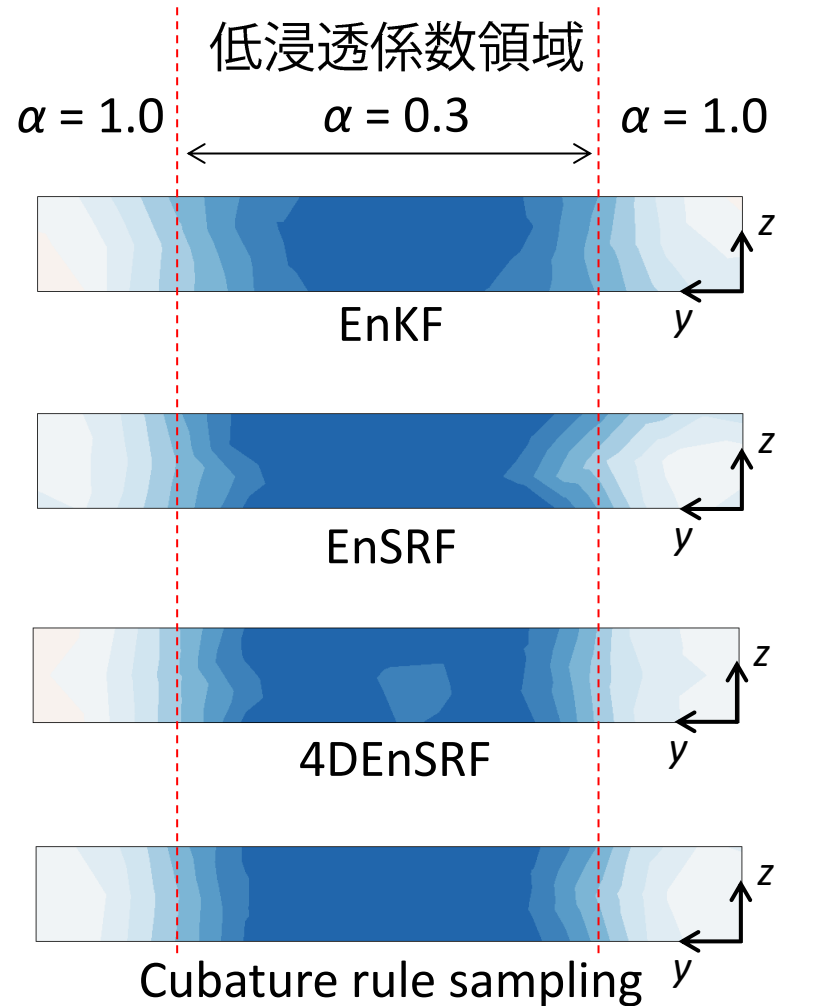
N : 節点数
 T : 時間ステップ数



モデル内部浸透係数の比較



可視化断面において
浸透係数分布を可視化



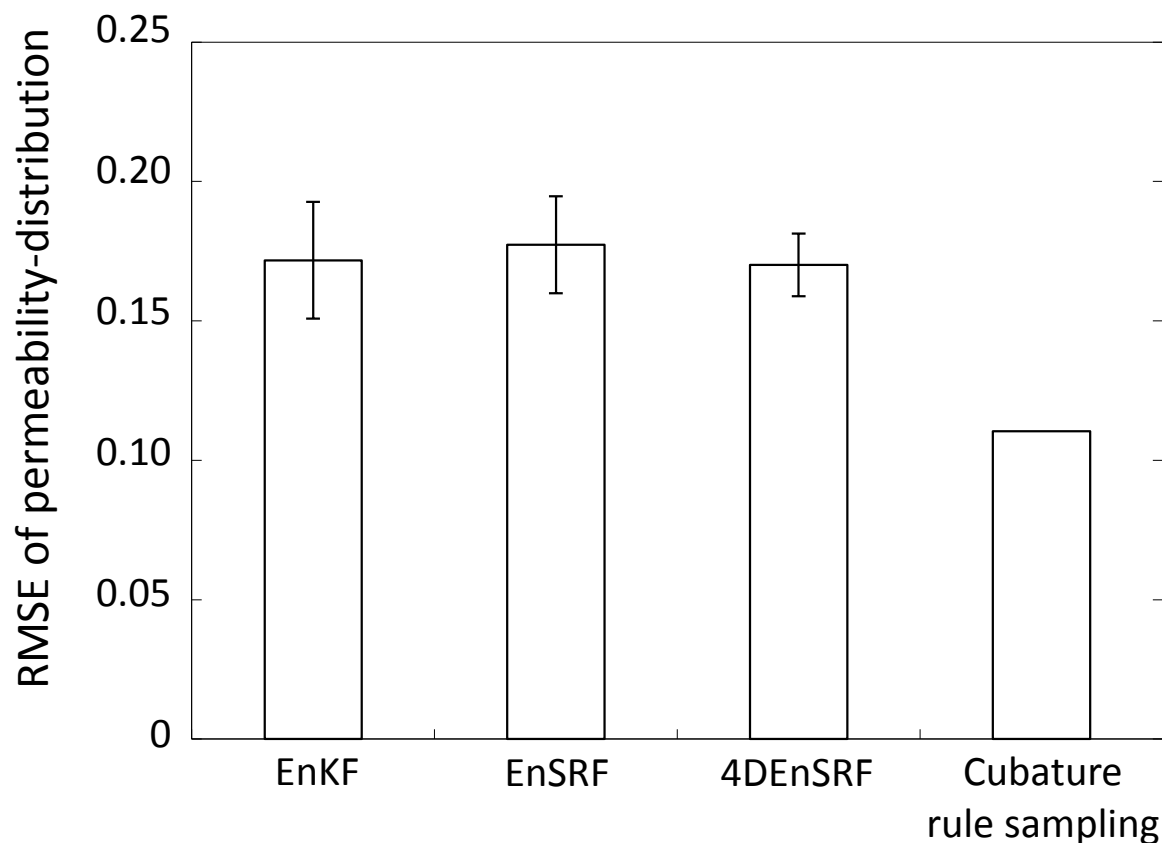
浸透係数分布推定の誤差

➤ 誤差

$$RMSE_T(\mathbf{a}_T) = \sqrt{\frac{1}{NE} \sum_{i=1}^{NE} \{\alpha_i^{true}(T) - \alpha_i^{est}(T)\}^2}$$

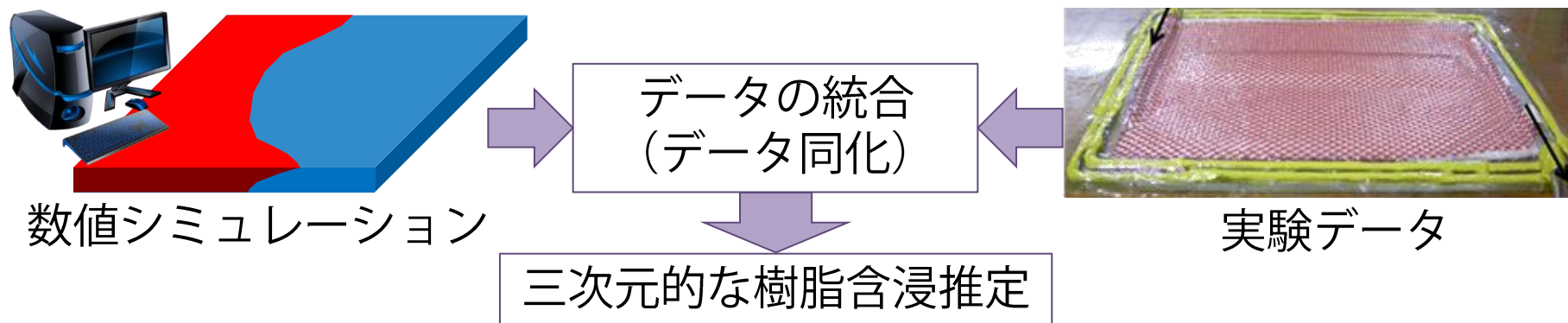
NE : 要素数

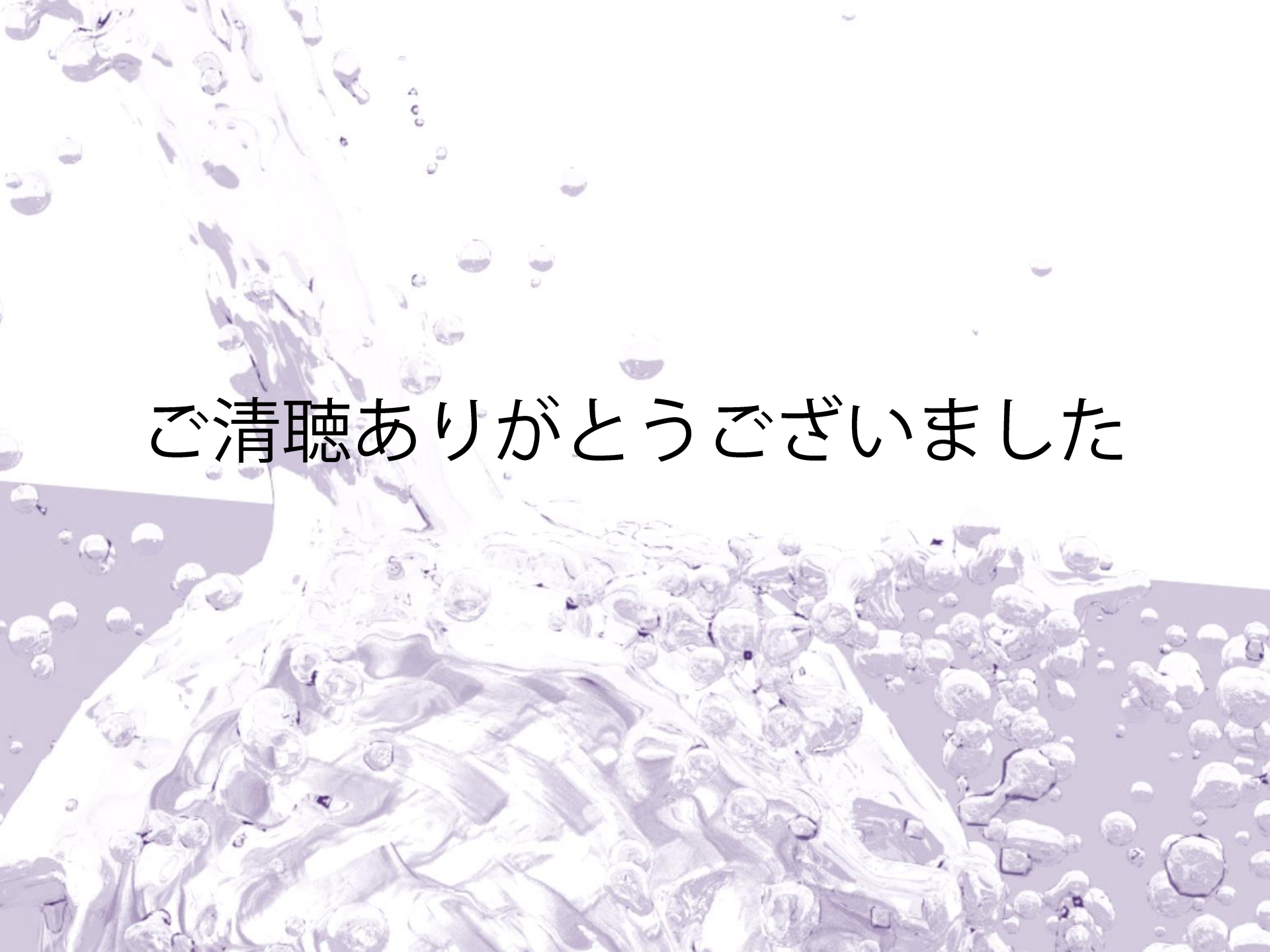
T : 樹脂含浸終了時刻



結言

- ◆ Ensemble Kalman Filterを用いて数値シミュレーションと樹脂含浸挙動測定 of 観測値を統合する, VaRTM of 三次元的なフローモニタリング手法を提案した.
- ◆ 数値実験を行うことで既存の樹脂含浸挙動予測手法と比較し, 提案手法は精度の高い推定が行えることを示した.
- ◆ EnKF of 誤差低減手法において Four dimensional ensemble square root filter に対して cubature rule に基づき初期値サンプリングを行う手法が精度の高い推定が行えることを示した.



A high-speed photograph of a water splash, creating a large, billowing cloud of white water and numerous translucent bubbles of various sizes. The water is captured in mid-air, with some droplets still visible against the plain white background.

ご清聴ありがとうございました