

# L13 アンサンブルカルマンフィルターによる ハイブリッド風洞の試み

○大林茂, 加藤博司 (東北大学 流体科学研究所)

Experiment of Hybrid Wind Tunnel Applied to Ensemble Kalman Filter  
Shigeru Obayashi and Hiroshi Kato (Institute of Fluid Science, Tohoku University)

Key Words : Data Assimilation, Ensemble Kalman Filter, Hybrid Wind Tunnel

## Abstract

'Data Assimilation' was applied to the hybrid wind tunnel. Ensemble Kalman filter was used to integrate surface pressures on the square cylinder obtained from experiment. As a result, Kalman Vortex Street was replicated by the present method, while it was not able to be replicated by CFD alone in the present mesh size. Then, the result of the ensemble Kalman filter was compared to that of 'Measurement Integrated Simulation' which was another integration method between computation and experiment for the hybrid wind tunnel.

## 1. はじめに

シミュレーション技術は、現象解明のための実験・理論に続く第3の研究手法として確立されてきた。航空分野では、航空機設計の効率化のために、CFDの役割は非常に大きい。CFD技術においても、精度向上を目指し、高精度なシミュレーション手法が提案されてきた。しかし、航空機周りの複雑な現象(非定常現象、剥離など)においては、現在でもシミュレーションの精度は必ずしも十分ではない。

シミュレーションの予測精度を上げる方法として、実験値や観測値を取り込むことが考えられる。この考え方は、1990年代より気象海洋の分野で発展を遂げ、このための統計数理的な方法がデータ同化[1,2]と呼ばれているものである。精度向上のためには、引き続き高精度なシミュレーション手法の開発を続けるとともに、今後は航空分野においても気象海洋分野と同様に、実験とシミュレーションを融合した解析手法を開発する必要があると考えられる。

データ同化とは、最小二乗法が誤差の二乗和が最小となるような直線を当てはめるように、何らかの誤差を最小とするようにシミュレーションモデルを当てはめることである。例えば筆者らは、ライダー計測による後方乱気流の観測値を最もよく再現するように、シミュレーションモデルの初期値を最適化した例について、平成20年度の本シンポジウムで報告した [3]。

そもそも、シミュレーションはモデルであり、シミュレーションによる予測値には必ず誤差が含まれる。一方、観測値にも誤差がつきものである。この両者を勘案して逐次的に予測誤差を最小にする考え方にカルマンフィルターがある [1]。一般にカルマ

ンフィルターの構築には膨大な計算量を必要とする一方、取り扱える誤差の分布は正規分布に限られる。そこで、真値および誤差の実現値を多数発生させ(アンサンブル)、疑似カルマンフィルターを計算するアンサンブルカルマンフィルターが、正規分布を仮定せず、計算も効率化できる有効なデータ同化手法として知られている。

この研究では、風洞試験へのデータ同化手法の導入の試みとして、ハイブリッド風洞[4]に対して、アンサンブルカルマンフィルターを適用した。また、文献[4]で風洞実験と数値解析との融合手法として利用された計測融合シミュレーション[5]との比較を行い、その有効性について調べた。

## 2. ハイブリッド風洞

ハイブリッド風洞は、東北大学早瀬らによって提案されたもので、角柱を対象とした風洞実験を行い、それによって得られる角柱表面の圧力計測値を、角柱を対象とする数値解析にフィードバックし、数値解析の精度向上を試みたものである[4]。この研究では、実験値を数値解析にフィードバックさせることにより、粗い格子でも比較的精度の良い解析が行えることが確認された。

### 2-1 実験手法

ハイブリッド風洞の風洞実験では、角柱前面と両側面の中央に圧力孔を設け、角柱前面のよどみ点圧力を基準圧として角柱側面の圧力を計測している(図1)。表1に主な実験条件を示す。

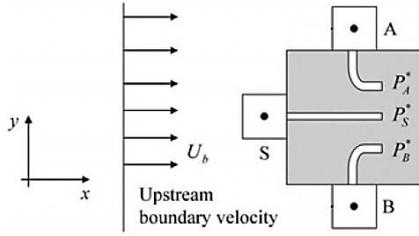


図1 角柱表面の圧力計測[4]

表1 実験条件[4]

Parameters	Value
Square cylinder width [m]	0.03
Upstream uniform velocity [m/s]	0.60
Frequency [Hz]	1000
Reynolds number	1200

また、レーザドップラ流速計(LDV)によって $x$ 方向速度成分 $u$ が30秒間測定されている。図2にLDVによって計測された平均速度成分 $u$ を示す。

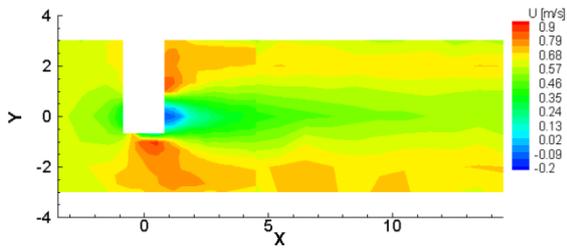


図2 LDVによって計測された平均速度成分 $u$

### 2-2 数値解析手法

数値解析では、流れの3次元性の影響は無視し、角柱の軸に垂直な2次元領域を対象としている。支配方程式は、非圧縮ナビエ・ストークス方程式

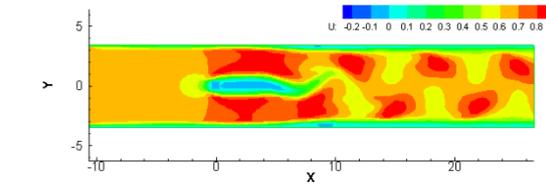
$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \text{grad}) \mathbf{u} \right) = -\text{grad}P + \mu \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (1)$$

と、連続の式

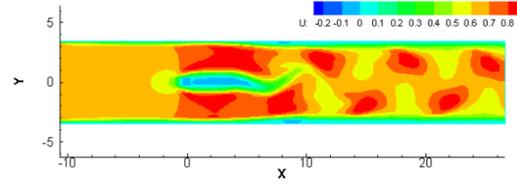
$$\text{div} \mathbf{u} = 0. \quad (2)$$

である。

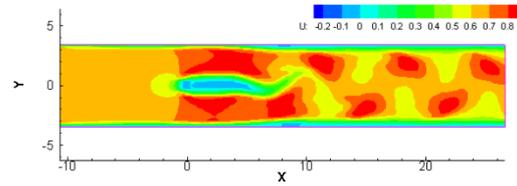
離散化には、SIMPLER法に類似の方法[6]が用いられた。ハイブリッド風洞はリアルタイムシミュレーションを目的としており、計算負荷を軽くするため粗い格子を用いた計算を行っている。そのため、細かい格子上であれば再現されるカルマン渦列が再現できず、速度場は実験とは一致しない。図3には、シミュレーションのみの速度成分 $u$ の結果を示す。また、図4には、時刻 $t = 10 \sim 30$ [s]での平均速度成分 $u$ の結果を示す。LDVの測定結果(図2)と比較して、後流の構造が大きく異なっていることが確認できる。



(a) 10[s]



(b) 20[s]



(c) 30[s]

図3 通常のシミュレーションによる速度成分 $u$

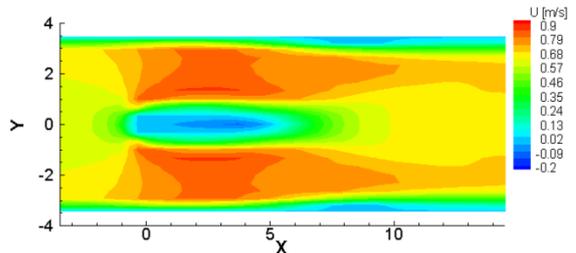


図4 通常のシミュレーションによる平均速度成分 $u$

### 2-3 計測融合シミュレーション

計測融合シミュレーションは、上述の粗い格子による低い解析精度を、実験値を用いて改善するものである。角柱実験によって得られる角柱表面の圧力を外力の形で数値シミュレーションにフィードバックする。つまり、式(1)は、次のようになる。

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \text{grad}) \mathbf{u} \right) = -\text{grad}P + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f}. \quad (3)$$

ここで、式(3)中の $\mathbf{f}$ はフィードバックされる外力である。この $\mathbf{f}$ は、風洞実験により計測される角柱表面圧力と数値解析によって求められる角柱表面圧力との差から決定される。計測融合シミュレーションの詳細は、[7]などを参照されたい。

### 3. アンサンブルカルマンフィルター

本研究では、実験値を数値解析にフィードバックする計測融合シミュレーションに代わり、データ同化手法であるアンサンブルカルマンフィルターを適用する。

#### 3-1 データ同化

データ同化は1990年代から気象海洋の分野で発展を遂げてきた実験と数値シミュレーションを融合する手法である。データ同化の考え方は大きく2つに大別される。最尤推定を原理とする非逐次型データ同化、カルマンフィルターに代表される最小誤差分散推定を原理とする逐次型データ同化である。現在、非逐次型データ同化として、4次元変分法が代表される。これは、文献[3]や気象庁が行っている数値天気予報の初期値作成のためにも使用されている。そして、逐次型データ同化としては、本研究でも使用するアンサンブルカルマンフィルター(EnKF)、パーティクルフィルター(PF)などが代表的である。データ同化の詳細な数学的背景は[8,9]などを参照されたい。

一般に、逐次型データ同化手法は既存コードへの実装が比較的容易であることが知られている。一方で、非逐次型データ同化手法の実装には、アジョイントコードの作成を必要とし、アンサンブルカルマンフィルターなどの適用と比べると容易なものではないし、大規模なコードになればなるほどマンパワーを必要とする。本研究では非定常流の風洞試験を想定して、比較的容易に実装できる逐次型データ同化手法を用いることにした。

#### 3-2 手続き

アンサンブルカルマンフィルターの手続きは、以下のステップで行われる。

1. 初期状態の実現値  $\{\mathbf{x}_{0|0}^{(i)}\}_{i=1}^N$  集合を作る。
2. 以下を行う。  
(一期先予測)
  - A) システムノイズの集合  $\{\mathbf{v}_t^{(i)}\}_{i=1}^N$  を作る。
  - B) 各  $i$  に対して、 $\mathbf{x}_{t|t-1}^{(i)} = f_t(\mathbf{x}_{t-1|t-1}^{(i)}, \mathbf{v}_t^{(i)})$  を計算する。  
(フィルタリング)
    - A) 観測ノイズの実現値  $\{\mathbf{w}_t^{(i)}\}_{i=1}^N$  集合を作る。
    - B) 分散共分散行列  $\hat{\mathbf{V}}_{t|t-1}$ , 観測ノイズ共分散行列  $\hat{\mathbf{R}}_t$  から、カルマンゲイン  $\hat{\mathbf{K}}_t$  を計算する。
    - C) 各  $i$  に対して、

$$\mathbf{x}_{t|t}^{(i)} = \mathbf{x}_{t|t-1}^{(i)} + \hat{\mathbf{K}}_t(\mathbf{y}_t - \mathbf{H}_t \mathbf{x}_{t|t-1}^{(i)} + \mathbf{w}_t^{(i)})$$

を実施する。 ( $\mathbf{H}_t$ : 観測行列、 $\mathbf{y}_t$ : 実験値)

3.  $t=T$  ならば停止。それ以外は、 $t \leftarrow t+1$  として2.に戻る。

#### 3-2 観測ノイズ・システムノイズの設定

アンサンブルカルマンフィルターの手続きの中では、あらかじめ観測ノイズ共分散行列  $\mathbf{R}_t$ 、システムノイズ共分散行列  $\mathbf{Q}_t$  を設定する必要がある。

観測ノイズ共分散行列  $\mathbf{R}_t$  の設定は、実験値の精度が  $\pm 0.05[\text{Pa}]$  であったことに基づき以下のように設定した。

$$\mathbf{R}_t = \begin{pmatrix} 0.025 & 0 & 0 \\ 0 & 0.025 & 0 \\ 0 & 0 & 0.025 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

システムノイズ共分散行列の設定は、一般に試行錯誤的に行われる。本研究は、システムノイズ共分散行列  $\mathbf{Q}_t$  を以下のように設定し、観測点に対応する格子点周り12点の速度成分にシステムノイズを与えた。

$$\mathbf{Q}_t = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

## 4. 結果

### 4-1 同化結果

本研究では、アンサンブルメンバー数は  $N = 200$  とした。メンバー数は多ければ多いほどいいが、数学的には、観測データ点数よりもメンバー数を大きく取っておくとカルマンゲインの性質が悪くならないことが分かっている[10]。

図5に速度成分  $\mathbf{u}$  の同化結果を示す。図6には、時刻15~20[s]に該当するアンサンブルカルマンフィルターの角柱側面の圧力結果と実験値の時間変動を示す。図6では角柱側面の圧力計測値と解析結果がほぼ完全に一致している。図7には時刻  $t = 10 \sim 30[\text{s}]$  間の平均速度成分  $\mathbf{u}$  を示す。LDVの計測結果(図2)との比較から、角柱背後の速度域は実験値と比較的一致していることが確認できるが、カルマン渦の移流領域では、計算の方がわずかに流速が高めに出ている。しかし、3点の圧力計測しか観測データを参照していないことを考えれば、十分な結果といえよう。

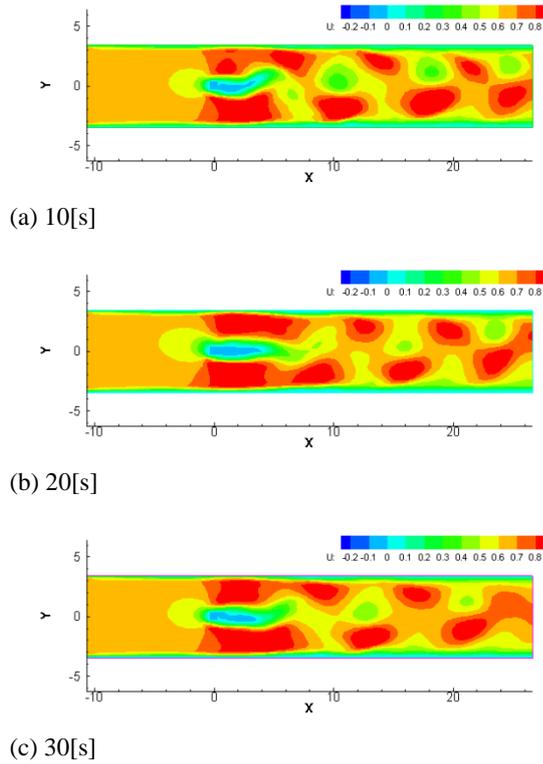


図5 アンサンブルカルマンフィルターによる速度成分 $u$

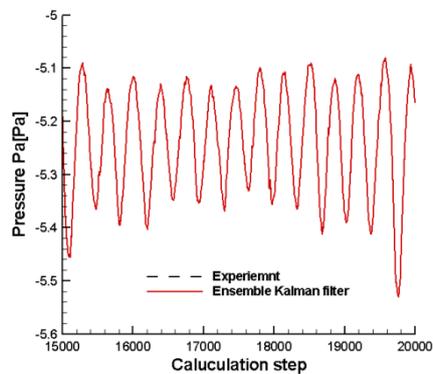


図6 角柱側面A点での圧力変動の時間履歴 (アンサンブルカルマンフィルター)

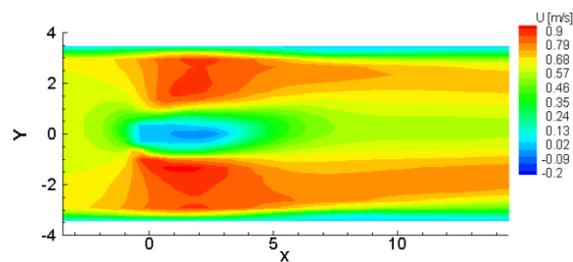
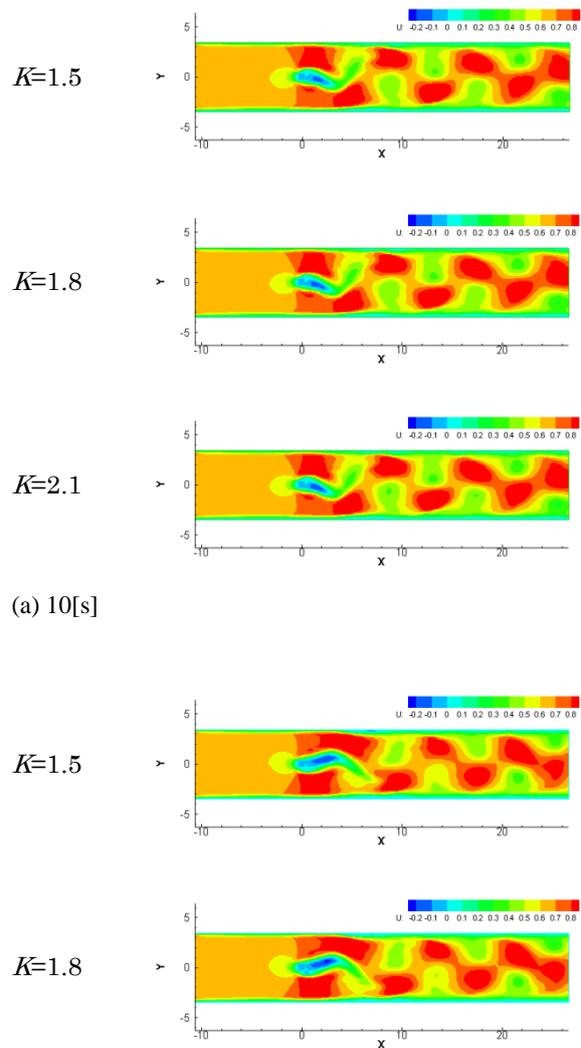
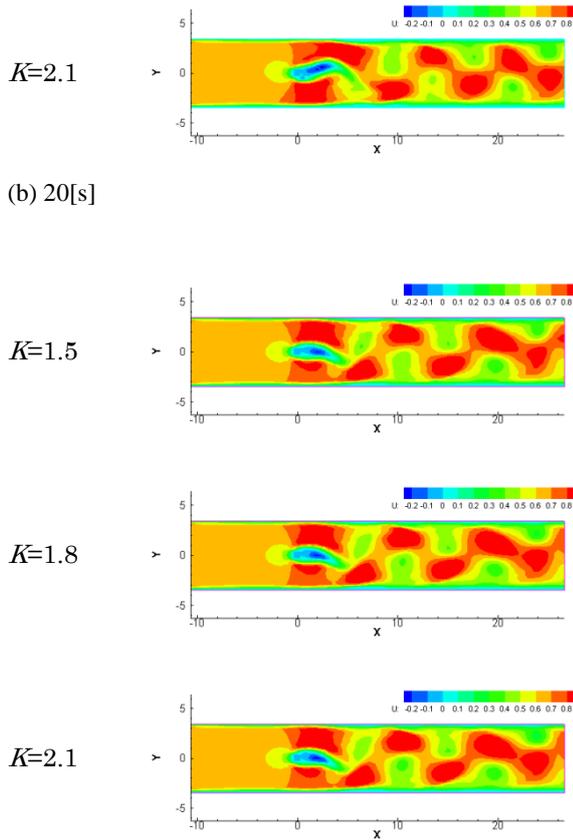


図7 アンサンブルカルマンフィルターによる平均速度成分 $u$

#### 4-2 計測融合シミュレーションとの比較

次に、計測融合シミュレーションとの比較結果を示す。計測融合シミュレーションでは、数値シミュレーションにフィードバックする量を決定するために、フィードバックゲイン $K$ を設定する必要がある。今回は、フィードバックゲインを $K = 1.5, 1.8, 2.1$ として解析を行った。フィードバックゲインはこれ以上大きくすると計算が発散する。図8には、それぞれのフィードバックゲインでの解析結果を示す。図9には、時刻15~20[s]に該当するそれぞれのゲイン $K$ でのシミュレーション結果の角柱側面の圧力と実験値の時間変動を示す。アンサンブルカルマンフィルターの結果(図6)と比較して、角柱表面圧力の実験値に対して、フィードバックゲインを変えても負圧側のピークと位相に誤差を持つことが確認できる。





(b) 20[s]

(c) 30[s]

図8 計測融合シミュレーションによる速度成分 $u$

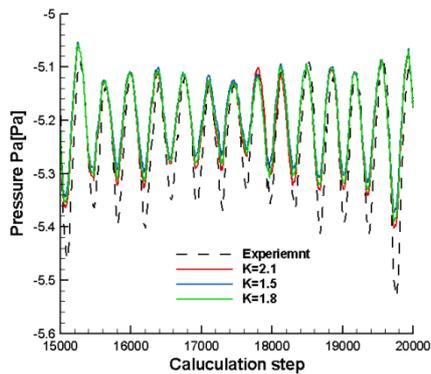


図9 角柱側面A点での圧力変動の時間履歴 (計測融合シミュレーション)

図10に、時刻 $t = 10 \sim 30$ [s]間の計測融合シミュレーションの平均速度成分 $u$ を示す。LDVによる計測結果(図2)との比較から、角柱背後の速度域は実験値と比較的一致していることが確認できるが、カルマン渦の移流領域では、計算の方がわずかに流速が高めに出現している。この傾向は、4-1節に示したアンサンブルカルマンフィルターの結果(図7)と類

似であり、アンサンブルカルマンフィルターも計測融合シミュレーションも、観測値の参照により計算精度を同じようにあげることができたといえよう。

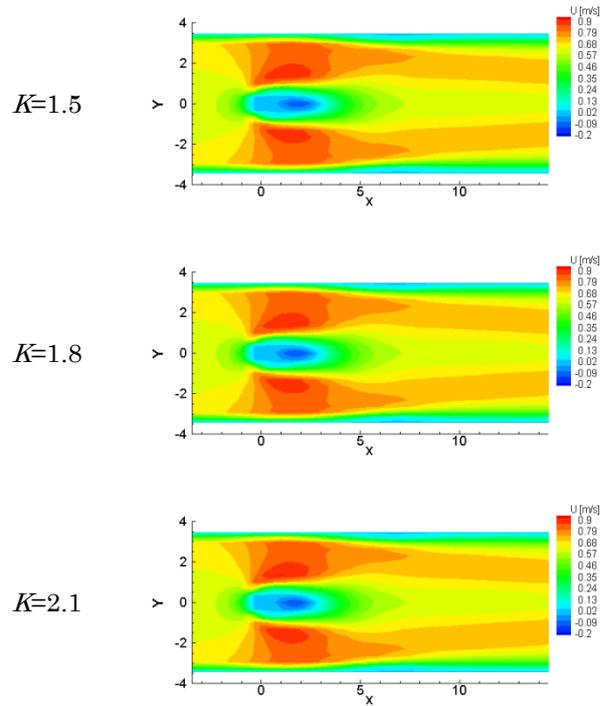


図10 計測融合シミュレーションによる平均速度成分 $u$

## 5. まとめ

本研究では、ハイブリッド風洞に対してデータ同化手法であるアンサンブルカルマンフィルターを適用し、計測融合シミュレーションとの比較を行った。

角柱表面圧力の実験値との比較結果では、計測融合シミュレーションに比べてアンサンブルカルマンフィルターの結果の方が良好に実験値と一致していた。LDVとの比較結果では、計測融合シミュレーション、アンサンブルカルマンフィルター共に、角柱背後の平均速度成分 $u$ は、実験値と比較的良く一致していたが、カルマン渦の移流領域では、計算の方がわずかに流速が高めに予測されていた。しかし、そもそも粗い格子での解析であり、また利用している実験値も少ない。これらの結果から、ハイブリッド風洞において、実験値を利用して解析精度を上げるためには、両手法は同じように有効と考えられる。

今後、特に計算精度の不足が予想される複雑な非定常流に対し、動的風洞試験を含む様々な風洞実験への融合手法としての可能性を考えると、観測値の変動にほぼ完全に追従できるアンサンブルカルマン

フィルターの適用が望ましいと考えられる。

## 6. 謝辞

本研究では、ハイブリッド風洞の実験データ、シミュレーションコードの提供を、東北大学流体科学研究所船本健一助教、早瀬敏幸教授から受けました。また、アンサンブルカルマンフィルターの適用にあたり、統計数理研究所上野玄太准教授、樋口知之教授から多くの助言を頂きました。ここに深く感謝の意を表します。

## 7. 参考文献

- [1]淡路敏之, 蒲地政文, 池田元美, 石川洋一編著, “データ同化,” 京都大学学術出版会, 2009.
- [2] C. Wunsch, “The Ocean Circulation Inverse Problem,” Cambridge University Press, 1996.
- [3] 大林茂, 三坂孝志, “仙台空港における後方乱気流の計測融合シミュレーション,” 平成20年度航空宇宙空力班シンポジウム講演集, 2008年1月.
- [4] T. Hayase, K. Nisugi and A. Shirai, “Numerical realization for analysis of real flows by integrating computation and measurement,” *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 47, 2005, pp. 543-559.
- [5] T. Hayase and S. Hayashi, “State Estimator of Flow as an Integrated Computational Method With the Feedback of Online Experimental Measurement, Trans.” ASME, 119, 1997, pp. 814-822.
- [6] S. V. Patankar, “Numerical Heat Transfer and Fluid Flow,” Hemisphere, Washington. DC/New York, 1980.
- [7] 早瀬敏幸, “計測とシミュレーションの融合,” フルードインフォマティクス, 技報堂出版, 2010, pp. 7-41
- [8] 樋口知之編著, “統計数理は隠された未来をあらわにする,” 東京電機大学出版局, 2007.
- [9] 露木義, 川畑拓矢編著, “気象学におけるデータ同化,” 気象研究ノート, 日本気象学会, 217, 2008.
- [10] G. Ueno, T. Higuchi, T. Kagimoto, and N. Hirose, “Prediction of ocean state by data assimilation with the ensemble Kalman filter,” In Joint 3<sup>rd</sup> International Conference on Soft Computing and Intelligent Systems and 7<sup>th</sup> International Symposium on advanced Intelligent Systems (SCIS&ISIS 2006), 2006, pp. 1884-1889.