

# 多目的GAによる超音速旅客機主翼の複合最適設計

Multidisciplinary Design Optimization of Supersonic Transport Wings Using Multiobjective GA

東北大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻 大林 茂  
東北大学大学院工学研究科修士課程 竹口 幸宏

## ABSTRACT

A multiobjective GA (MOGA) is applied to multidisciplinary design optimization of supersonic wings and its feasibility is examined. First, several generational and sharing models as GA operators were examined by using a simple test case and an appropriate combination was identified. Then, the resulting GA was applied to a conceptual design of supersonic wings. The present multidisciplinary optimization problem looks for optimal supersonic wing planform shapes using linearized aerodynamics and wing weight algebraic estimation. Finally, multi-point aerodynamic design of a supersonic wing was performed by using MOGA coupled with Euler and potential flow codes. Design points are taken at both supersonic and transonic speeds. For this multi-point design, some designs are expected to have a supersonic leading edge to improve transonic cruise performance. Therefore, an Euler code is used to evaluate supersonic performance. A potential code is used to evaluate transonic performance. The bending moment at the wing root is simultaneously minimized to account for the structural constraint. To overcome enormous computational time necessary for the design, the final computation was parallelized on SX-4 at Computer Center of Tohoku University. The physically reasonable Pareto solutions have been obtained by the present approach. (<http://www.ad.mech.tohoku.ac.jp>)

## 1. はじめに

あるパン工場では、主に小麦粉・バター・砂糖を材料として、食パンとロールパンの2種類のパンを製造している。ここで、今手元にあるだけの小麦粉・バター・砂糖を使って食パンとロールパンを作るとき、それぞれのパンをいくらずつ製造すれば最も大きな利益が得られるであろうか。このとき、製造した食パンとロールパンは全て完売するものとする。

この例は、「限られた材料を使って最大の利益が得られるように生産計画をたてる」という典型的な最適化問題になっている。つまり、この問題は「制約条件（限られた材料）を満足するもののなかで、目的関数（利益）を最大にするような設計変数（製造量）を決定する」という形に定式化できる。もちろん、最適化問題は最大化問題だけでなく最小化問題の場合も含まれ、更に目的関数が一つだけでなく複数個の互いに相競争する目的関数を考慮した多目的最適化問題も考えられる。

このような最適化の概念は、上の例のような企業利益の問題に限らず、工学や自然科学あるいは日常生活など多種多様な分野において適用され必要不可欠なものとなっている。このことは、他よりも優れたものや人にとって有益となるものを、できるだけ無駄を省き効率よく労せず見つけたいという人々の本能的欲望に基づいている。

最適化問題の工学的な応用例の一つとして、設計自動化をめざした形状最適化が挙げられる。

航空工学の分野でも空力設計問題に最適化手法を取り入れ、翼や胴体の空気力学的に最適な形状を求める空力最適化問題が頻繁に研究されるようになってきた。これは、近年のコンピュータの目覚ましい発達と、それにともなった数値流体力学（Computational Fluid Dynamics, CFD）の発展から、複雑形状における流れ場でもかなり精度よく比較的短時間で解析できるようになったことが大きな要因として考えられる。ここでCFDとは、流体力学の支配方程式を離散化し、与えられた形状に対して解析的には得られない解を近似的にコンピュータによってシミュレーションすることである。

流れが非常に複雑な現象であるがゆえに、かつての空力設計は簡単な解析や実験によって得られた部分的な知識と、過去の設計例に基づいた設計者の経験と勘に頼るしかなかった。しかし、現在ではシミュレーションによって具体的な形状に対する空力性能が得られることから、従来の解析や実験の代わりにCFDを多用する設計手法に変化しつつある。そこで、より積極的にCFDを最適化手法と組み合わせて利用すれば、形状を設計変数として、空力性能を最適化する空力最適化問題を解くことが可能となるだろう。

最適化手法には様々なものが考案されている。もっとも古典的な方法として勾配法があるが、この方法を直に空力最適化に適すると、空力性能を目的関数とするとき流体の支配方程式そのものが拘束条件となるため、最適化問題を解くことが格段に難しくなる。一方、近年注目を集めている最適化手法として、遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithm, GA）が挙げられる。GAは自然進化に見られる過程（染色体の選択や交叉、突然変異）をヒントにして、J. Hollandにより提案されたアルゴリズムである。設計変数を遺伝子として、初期設計の個体集団をランダムに生成し、各個体の目的関数に対する適応度（評価関数）を評価する。適応度の良い個体ほど親として選択される可能性が高くなるように親を選択する。そして、交叉（遺伝子の入れ換え）と突然変異（遺伝子のランダムな変化）で子孫を作る。GAオペレータ（評価・選択・交叉・突然変異）により、世代を繰り返すことで最適解を探索する。つまり、評価の悪い個体間で作られた子孫よりも、評価の良い個体間で作られた子孫のほうが優れており、この遺伝子を次世代に残すことで、より評価の良い子孫が形成されると考えられる。

最適化を行う際に、GAは勾配に関する情報を必要としないため、目的関数や制約条件の微分可能性や、凸関数であるという条件が不要であり、初期の個体集団を大きくとれば大域的な最適解を探索することができる。しかしながら、GAは多点同時探索であるため、最適解が得られるまでに非常に多くの計算時間を費やしてしまうという欠点がある。例えば、3次元翼の流れ場計算に約15分程度時間を必要とすると、GAを適用して3次元翼の空力最適化問題を解く際、一個体の評価につき同様に約15分かかるといえる。従って、全体の計算時間のうちほとんどが個体評価の部分に費やされているので、個体数100、最大世代数100とした場合、単純に考えて最適解を得るまでに $15(\text{分}) \times 100(\text{個体数}) \times 100(\text{世代数}) = 150000\text{分}$ 、つまり約100日も必要となってしまう。そこで並列計算機を利用して各個体評価の計算を各プロセッサに分散させ、同時にすべての個体を評価することが考えられる。これによって計算時間の大幅な短縮になる。GAは並列化に適し、CFDはベクトル化に適していることから、GAとCFDによる空力最適化は、SX-4のようなベクトル・パラレル型のスーパーコンピュータの性能をフルに活用することができるであろう。

なおGAの他、Genetic Programming (GP)、Evolution Strategy (ES)、Evolutionary Programming (EP)など同様のアイデアに基づく計算法があるが、それらはいわば流派の違いみたいなもので、現在は進化アルゴリズム(Evolutionary Algorithms, EAs)として総称されるようになってきた。進化計算(Evolutionary Computation)とも呼ばれている。

## 2．複合最適化問題

最近の航空工学の分野では、ビジネスや観光旅行が以前にもまして国際化したため搭乗時間

を大幅に短縮できる次世代の超音速旅客機 (SST) の研究・開発が大きな話題となっている。日本においても東北大学や航空宇宙技術研究所を中心にして精力的に研究が進められているが、現存する唯一の SST であるコンコルド以上の性能を持つ機体を開発するために、空力最適化手法の研究に大きな期待がかかっている。

ところで、実際の工学問題で要求されている目的は通常 1 つだけでなく複数存在することが多い。例えば、3次元翼の空力最適化問題は、抗力最小化を求める単目的最適化問題である。しかしながら航空機の主翼設計を行う際には、空力(抗力最小化)、構造(翼重量最小化)、装備(燃料タンク最大化など)等を考慮する必要がある。つまり、より実用的な空力設計を実行するには多目的最適化問題を考える必要がある。また、これらの要素はしばしば互いに相反する要素を持っているので、最適化を行う際には各要素の妥協解を得ることが重要である。

従来、多目的最適化問題の解は、もとの問題を何らかの工夫により単一目的の問題に変換するというスカラー化手法により求められてきた。しかしながら、多目的問題での本質が複数の目的関数間でいかにトレードオフをとるかという点にあるため、スカラー化による単一の最適解を求めても不十分である場合が多い。一方、多目的最適化の解について、「パレート最適」という重要な概念がある。このパレート最適解とは、ある目的関数の値を改善するためには少なくとも1つの他の目的関数の値を改悪せざるを得ない解のことであり、目的関数間のトレードオフに関して最適な解の集合を形成することになる。ここで、複数の個体の発生により多点探索を行うというGAの特徴を考慮すると、目的関数をパレート最適性で評価し、パレート最適解の集合を同時に求めることが可能であることに気付く。

一般にGAを用いると関数評価の回数が多くなるため、GAは最適化法としてはあまり効率的な方法であるとはいえない。しかし、パレート解を同時に多数求められるとなると、話は全く違ってくる。従来の方法で複数のパレート解を求めるには、目的関数をスカラー化する際の重みを変えながらパレート解を一つづつ求めていく必要がある。すなわち、計算コストは必要とするパレート解の数に応じて線形に増えていく。一方、多目的GA - MOGA (Multiple-Objective Genetic Algorithm) - では、これまでの単純GAと同様な関数評価の回数で、パレート解の集合を同時に求めることができる。いわばGAでは、問題の難易度を高めても計算コストは増えない。さらには、単純GAでは計算に用いた集団の中から最適解の一つを選び後は捨てていたのに比べ、MOGAでは隣接するパレート解はトレードオフ情報を定量的に与えるため、すべてのパレート解が意味を持つ。つまり、一つのパレート解あたりのコストは集団の個体数分の1に減少することになる。

そもそもGAは、ロバストで大域的最適化ができることに特徴があった。これに加えて、多目的最適化で、並列計算により多数のパレート解を同時にしかも効率よく求められることは大きな利点である。さらに、GAは解いている問題について盲目的であるという利点を加えると、空力問題だけではなく連成問題の複合最適化に容易に拡張することができる。空力や構造といった個々の領域で感度解析を行うことなく、システム全体の複合最適化が可能となる。

さて、MOGAによって複数のパレート最適解を同時に求めることができるが、この特徴を活かしパレート解の集合からなるべく一様に解をサンプリングするためには、進化させる集団に多様性を持たせることが重要になる。そこで本研究では、GAの重要な要素である世代交代モデルとニッチングを数種類組み合わせ、簡単な多目的最適化問題に用いて、多様性を保ちつつパレート最適解を効率的に得るために有効なGAの手法を検討した。そして、次のテスト問題として超音速主翼平面形の非常に単純なモデルを用いて複合最適化を試み、MOGAの有効性を確認した。

SSTは様々な技術的な困難を抱えているが、その中でも重要な課題の一つは衝撃波によるソニックブームである。ところが現在、ソニックブームに対する有効な解決策は見つかっておらず、次世代SSTの超音速巡航は洋上のみ制限され、大陸上では遷音速巡航を行う可能性が高い。とくに、重要な空港が数多く存在するヨーロッパやアメリカ東海岸への航路は陸上の割合

が高く、遷音速巡航性能が超音速巡航性能と同じように重要である。しかし、超音速飛行では抵抗を低減する大きな後退角は遷音速飛行には適さないため、超音速巡航と遷音速巡航における空力性能のトレードオフ面（パレート最適解）を得ることが実際の設計者の要求となる。こうした空力最適化は設計点が複数あるため、多点空力最適化とも呼ばれる。

超音速巡航性能と遷音速巡航性能の多点空力最適化においては、超音速巡航性能の単一目的最適化と違い超音速前縁を持つアスペクト比（翼平面形の縦横比）の大きい機体も最適解の一つとなり得る。これらの機体では、線形理論による空力性能の見積もりをすることができない。よって、この計算では超音速の空力評価にオイラー計算、遷音速にはポテンシャル計算を用いることになる。また、現実的な設計をするには構造強度の拘束条件を考慮する必要があり、現時点では翼根での曲げモーメント最小化の形で第三の目的関数として取り入れている。

3次元のオイラー計算は計算負荷が高いために、GAで評価関数に用いるには世界でもトップレベルのスーパーコンピュータを必要とする。この計算には、比較的簡単化した最適設計でもSX-4の32CPUを用いて1ケース約30時間を要する。現在、大型計算機センターとの共同研究により、次世代SSTの空力最適化のために世界的にも例のないGAによる大規模計算を実行中である。現時点で得られた結果ではあるが、ここにその一端を紹介したい。

### 3 . GA

GAは生物の進化を模倣したアルゴリズムである。GAの流れを以下に示す。

- 1 . 「初期集団」をランダムに発生する。
- 2 . 目的関数に従って各個体の適応度を「評価」する。
- 3 . 評価に従って親となる個体を「選択」する。
- 4 . 「交叉」を行い、子を作る。
- 5 . ある確率で「突然変異」を行う。
- 6 . 「世代交代」をする。

1の後、2から6を集団が収束するまで繰り返す。

MOGAでの個体の評価には、複数の目的関数を単一関数に組み合わせる必要のない「パレート・ランキング方式」<sup>(1)</sup>を用いる。多目的最適化では複数の目的関数間の重みがあらかじめ明確でないことが多い。一般的にこうした場合は単一の最適解を持たず、ある目的関数をよくしようとすると別の目的関数が悪くなるようなトレードオフを持つ非劣解の集合が解となる。これをパレート解と呼ぶ。「パレート・ランキング」では、集団中の非劣解をランク1とし、残りは集団のパレート面からの位置に応じてランクを割り振る。

世代交代のモデルは、親と子が無条件で入れ替える「Simple GA (SGA)」、親2個体・子2個体の家族の中から最良の2個体を次世代に残す「Elitist Recombination (ER)」、そして親集団と子集団を合わせた2世代の中から、適応度の順に集団サイズ分の個体を次世代に残す「CHC」<sup>(2)</sup>（ベストN選択法と呼ばれることもある）を用いた。

また、解の多様性を維持するために、2種類のニッチングを試した。個体が密集している部分に存在する個体の適応度を下げる「フィットネス・シェアリング(FS)法」<sup>(1)</sup>と、経済学の「独占的競争」の概念を利用し、個体を経営者と顧客に分けて解をうまく分布させようとする「CSN法」<sup>(3)</sup>である。「CSN」は、経営者はより多くの顧客を集めるために競争者のより少ない地域に進出し、顧客はどこでも均一のサービスが受けられるならばより空いている店を選ぶという行動をモデル化している。

### 4 . テスト問題

最初に世代交代とニッチングの手法について、多目的最適化に適した組み合わせを簡単な数値実験で求めた。テスト問題として以下の最適化問題を考える。

設計変数  $x, y$

制約条件  $0 < x < 1, 0 < y < 1$   
 $x^2 + y^2 < 1$

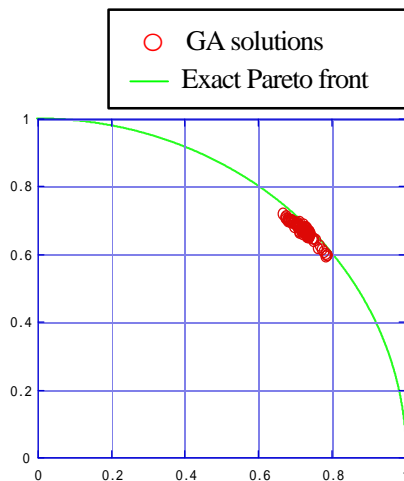
目的関数  $x, y$  最大化

ここでは実数値関数最適化のために実数コーディングを用いることにし、制約条件が簡単化できるように極座標を用いてコーディングした。交差は乱数を用いた加重平均とする。また、突然変異率は世代が進むと小さくなるように設定した。

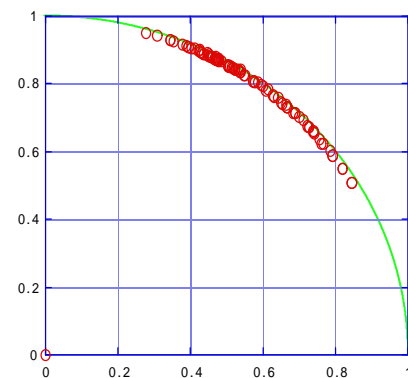
まず世代交代モデルに関して「SGA」、「ER」、「CHC」を比較する。ニッチングにはFSを用いる。30世代後の結果を図1に示す。SGA、ERはパレート解である円周の一部しか捕らえられず、解の多様性が保たれていない。一方、CHCは円周をほぼ一様に円周上を捕らえることができ、なおかつ収束も速かった。

次にニッチングに関して「FS」と「CSN」とを比較する。結果を図2に示す。まず世代交代モデルに「SGA」を用いた。すると「CSN」は「FS」と比較してはるかに解の多様性を保つことができ、「SGA」との組み合わせでは「FS」よりも「CSN」が優れていることがわかった。また、「CHC」と「CSN」を組み合わせた場合、結果は「SGA」と「CSN」の場合より改善されているが、「CHC」と「FS」を組み合わせた場合よりは若干収束が悪かった。

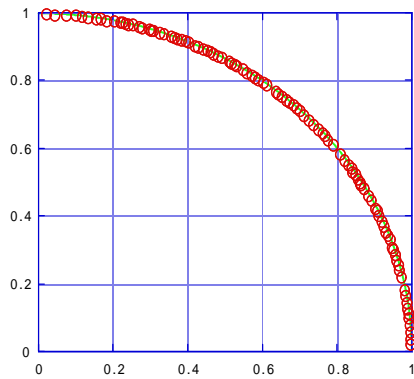
「FS」、「CSN」ともに近さを判定するためのパラメータを必要とする。実用上はこのパラメータの決め方が問題となるが、「FS」については文献(1)の方法で比較的うまく決めることができる。しかし「CSN」は新しい手法なので、対応するパラメータの決定法に確立された方法がなく、今後改良の余地があるといえよう。



a) Pareto solutions obtained from SG + FS

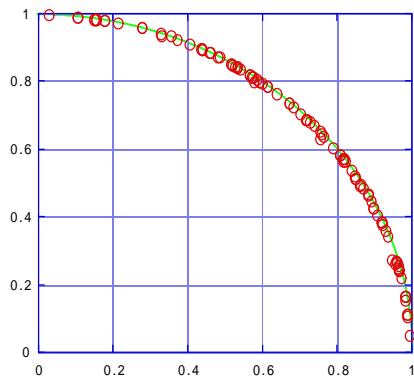


b) Pareto solutions obtained from ER + FS

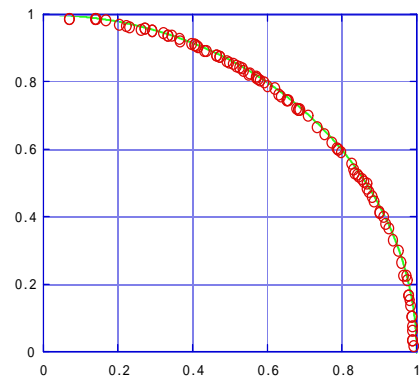


c) Pareto solutions obtained from CHC + FS

Fig 1. Comparison of the generational models using FS.



a) Pareto solutions obtained from SG + CSN



b) Pareto solutions obtained from CHC + CSN

Fig 2. Comparison of the generational models using CSN.

## 5 . 超音速機主翼の平面形最適化問題

航空機の形状を決定する上で、主翼を上から見た平面形的设计は全体に影響を与える非常に重要な問題である。その设计では、空力性能を高めるだけでなく、構造強度を持たせる一方で重量を減らし、しかも翼内の燃料タンク等の装備性も考慮する必要があるなど、さまざまな要求を満たす必要がある。特に最近注目されている次世代超音速旅客機的设计では、翼の体積が空力抵抗に直接関係するため翼体積を減らそうとすれば構造や装備の点で問題が生じることになり、なるべく正確に空力と構造のトレードオフを考慮する必要がある。

そこで次に、テスト問題で、比較的良い結果を得られた「CHC + FS」を用いて、超音速機主翼の平面形的最適化を行う。设计条件は、以下のとおりである。

飛行条件 巡航マッハ数 2.0 (非粘性流れを仮定)

設計変数 翼根とキック位置での前縁後退角、  
翼幅方向のキック位置 (計3変数)

制約条件 翼根長 14.3 ft  
縦横比 0.45  
前縁後退角 60.0 ~ 85.0 (deg.)

目的関数 誘導抵抗  
翼重量 最小化  
アスペクト比 (構造強度を模擬)

抵抗や重量の評価には、空力・構造の2分野にわたる解析コードが必要となるが、この計算では多目的最適化の定式化に重点をおくため、線形化された空力計算法<sup>(4)</sup>と翼重量推定の経験式<sup>(5)</sup>による非常に単純化されたモデルを考える。空力計算では翼厚を無視して平板翼とみなす。従って造波抵抗は考慮せず、誘導抵抗のみを計算する。重量計算では翼根の最大翼厚を翼弦長の5%とし、翼端の3%まで線形に減少させた。また、実際に構造強度を計算する代わりに、アスペクト比が小さければ構造強度が強くなると仮定した。GAには100個体を用いた。

収束履歴をランクの平均値を用いて図3に示す。数世代で全集団がランク1に到達しているが、ニッチングのためランク1と2の間で収束が停滞する。また、ランク1への収束がパレート解への収束とは限らないが、現段階ではこれに代わるよりよい収束の指標は確立されていない。

最適化結果を図4、5に示す。図4は目的関数空間におけるパレート解の分布を示している。パレート面の形状を近似的に表している。この面の接線からトレードオフを定量的に求めることができる。図5には、パレート面からそれぞれ誘導抗力最小、翼重量最小、アスペクト比最小である個体(極限パレート解と呼ばれる)と、パレート面中央の個体を取り出し、その個体のもつ平面形を示す。抵抗最小と重量最小の形状はよく似ており、どちらも後退角が大きく、翼面積が小さい。一方、アスペクト比最小の翼は、後退角が小さく、翼面積が大きい。これらはどれも物理的に理にかなった最適形状をしている。また、パレート面中央では、それぞれの最適化目的の最も良く満たした平面形の妥協解が得られていることがわかる。

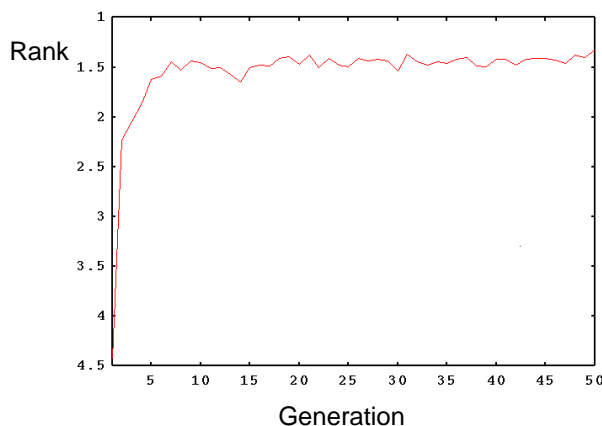


Fig. 3 Rank-based convergence history.

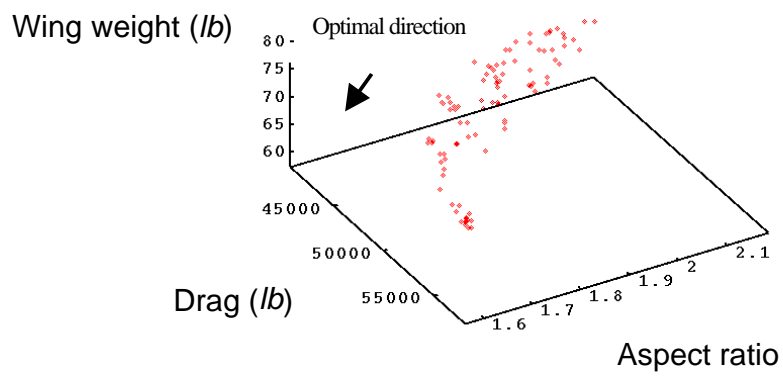


Fig. 4 Pareto solutions in objective function space.

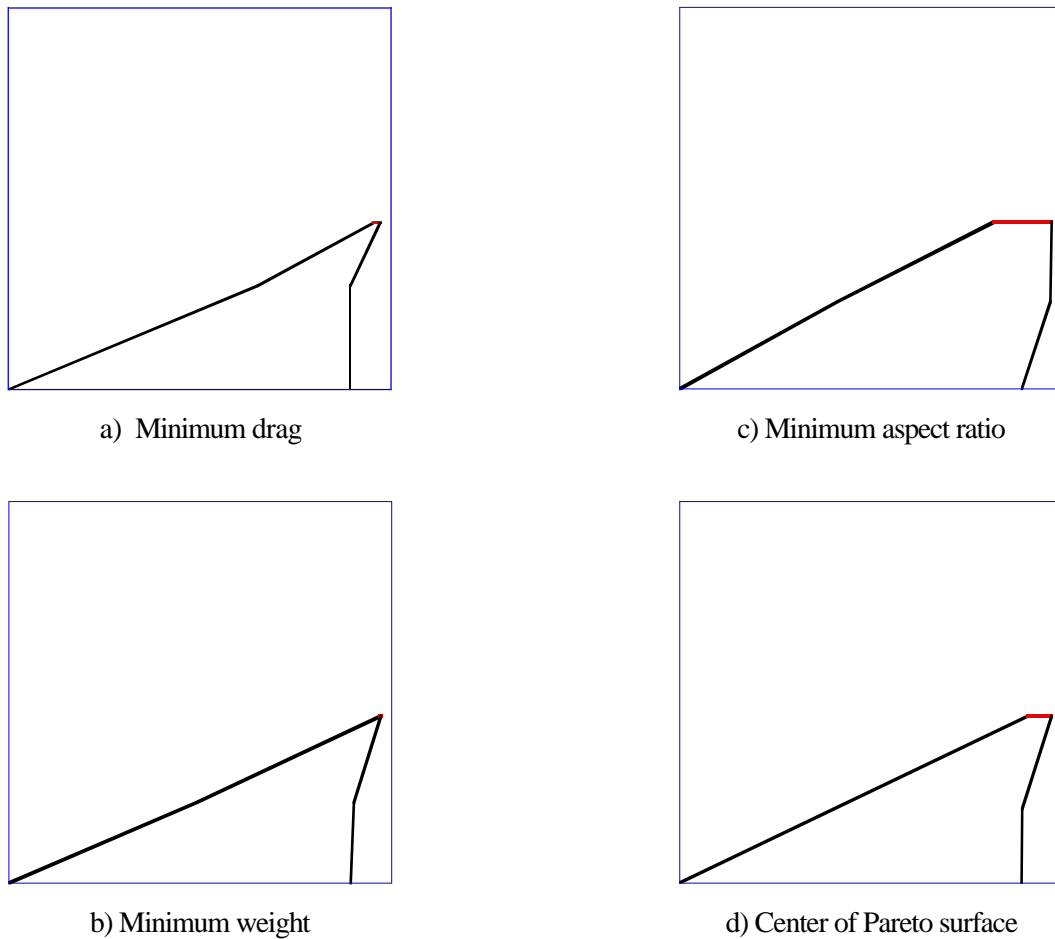


Fig. 5 Planform shapes of Pareto solutions.



## 6 . 超音速飛行と遷音速飛行の多点最適化問題

最後に、遷音速性能も考慮した SST の多点空力設計を考えてみよう。本計算の設計条件を以下に示す。

飛行条件 超音速巡航マッハ数 2.0  
遷音速巡航マッハ数 0.9

翼断面形状 NACA64A003

設計変数 翼根とキंक位置での前縁後退角  
翼幅と翼幅方向のキंक位置  
翼根とキंक位置での翼弦長 (計 6 変数)

制約条件 超音速巡航での揚力係数 0.10  
遷音速巡航での揚力係数 0.15  
翼面積一定(コンコルドの 3.5 倍)  
前縁後退角 40.0 ~ 70.0 (deg.)

目的関数 超音速、遷音速巡航時の抵抗最小化、翼根の曲げモーメント最小化

設計変数は前節と同様に翼平面形を決めるパラメータであるが、今回はより詳細な空力設計を行うために設計変数の数を倍にした。また、より現実の拘束条件になるように設計揚力を指定し、非線形の CFD コードを用いて粘性抵抗を除くその他の抵抗の和を最小化する。要求される揚力係数は揚力係数が迎角に対して比例することを利用して迎角を適切に変えることで得られる。但し、この手法は 3 回の空力評価を必要とする。超音速空力性能は TVD タイプの上流差分法および LU-SGS 陰解法に基づくオイラーコードによって評価した。このコードには収束を加速するために多重格子法を用いた。遷音速性能の評価には完全ポテンシャルソルバー、FLO-27 を使用した。

以上の手法を用いて得られたパレート解の様子を図 6 に示す。広い設計空間からパレート最適解が得られていることがわかる。また 20 世代目には超音速巡航性能と遷音速巡航性能の間に存在するトレードオフ面がはっきりとらえられている。これらのパレート最適解の中から設計者は経済性や構造強度などを考慮して翼平面形を選択することが可能である。

図 7 には、パレート解中の各目的関数に最適な平面形を示す。これらは極限パレート解と呼ばれるもので、いわば各目的関数に対する単一目的最適解に相当する。定性的に言えば、単一の設計点における空力最適解は、巡航速度に応じた後退角を持ちアスペクト比の大きな翼である。遷音速抵抗最小化と超音速抵抗最小化の極限パレート解は、どちらも設計空間の中で定性的に考えて最適解となっていることが見て取れる。超音速巡航性能に優れた翼は外翼部の前縁後退角が大きくなっており、遷音速巡航性能に優れた翼は前縁後退角が小さくなっている。また、どちらの解も非常に大きなアスペクト比を持っている。特に超音速の解のアスペクト比は、現実に設計できるものよりはるかに大きい。

一方、曲げモーメントを減らすには、翼幅を減らせばモーメントが減るので、定性的にはアスペクト比を減らせばよい。図 7 で、2 つのアスペクト比の大きな空力最適解に比べ、最小モーメントに対応する解はアスペクト比を大幅に減らしたものになっている。もちろん、このような翼も空力性能が悪すぎて現実的ではない。実際の設計では、これらの解が作るパレート面の接平面からトレードオフ情報を読みとり、設計者がその他の拘束条件を考慮して最適と判断された選択することになる。

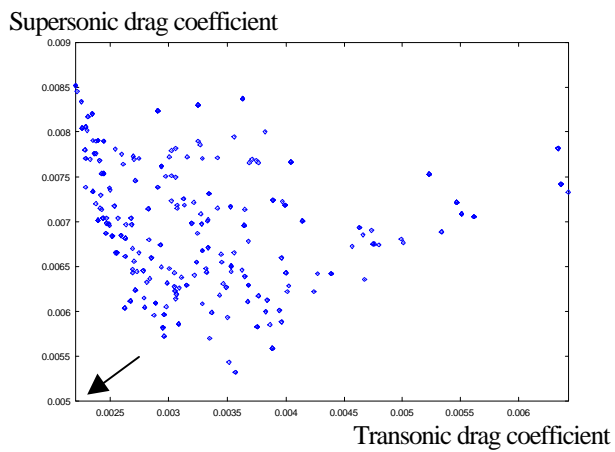
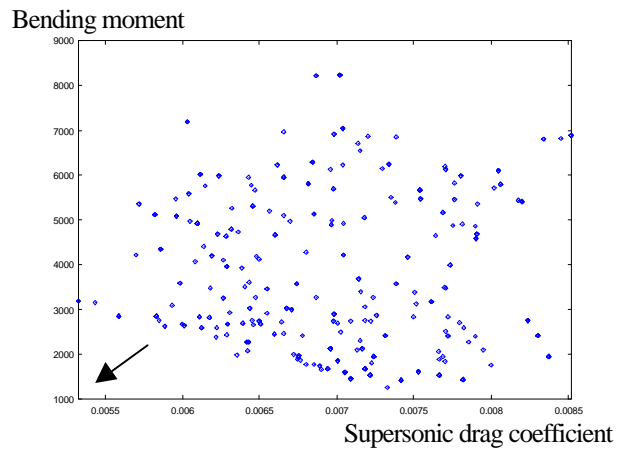
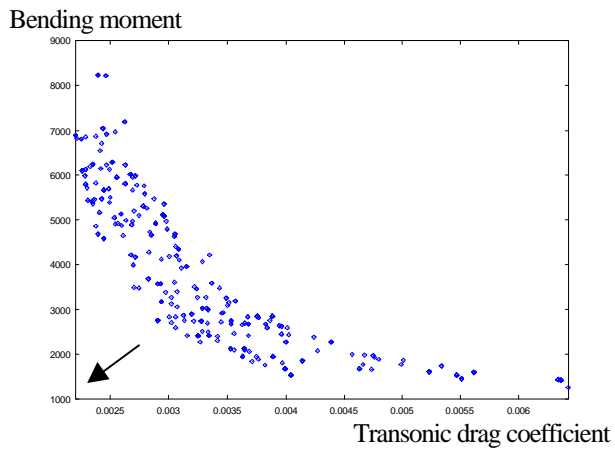
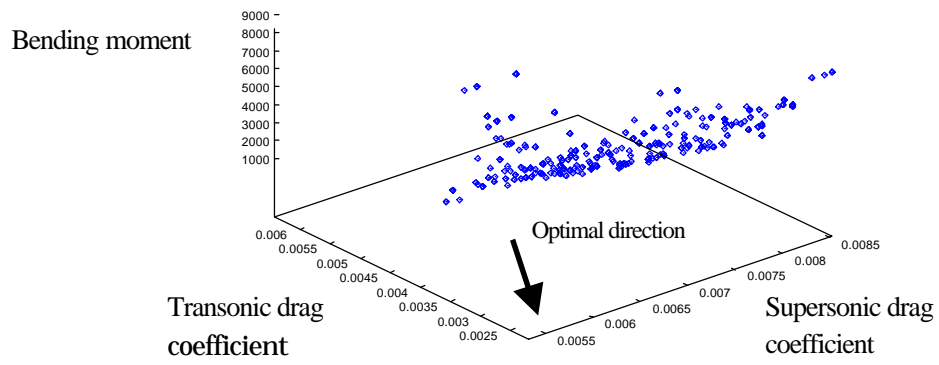


Fig. 6 Pareto solutions in objective function space.

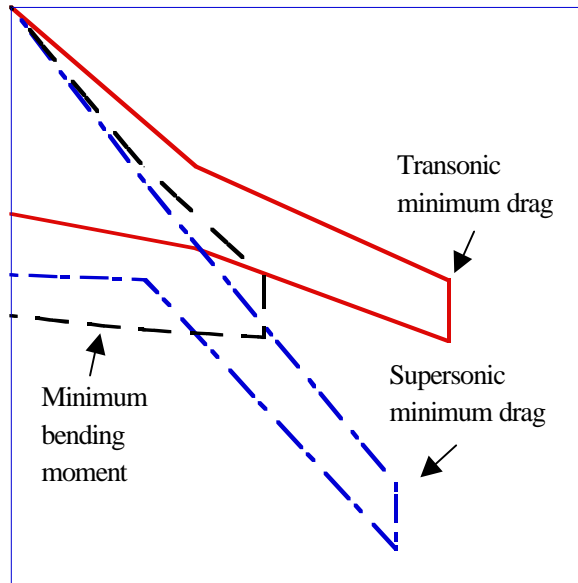


Fig. 7 Extreme Pareto solutions.

## 7. まとめ

簡単化された多目的最適化問題を、MOGA にいくつかの世代交代モデルとニッチングを組み合わせて解いた。その中から、「CHC+FS」が MOGA に有効であることがわかった。

さらにこの手法を、超音速旅客機主翼の平面形を線形の空力解析と構造重量の経験的推定式により複合最適化する問題に適用し、様々なパレート解を得ることができた。個々の解のうち、特に単一の目的に適した極限パレート解はその目的にかなった形をしており、またパレート面中央の解はそれらのよい妥協解を与えていることがわかった。

また、SST の超音速巡航性能と遷音速巡航性能の多目的最適化を MOGA により行った。超音速巡航性能の評価にはオイラーコード、遷音速巡航性能の評価にはポテンシャルコードを用いた。本計算は非線形の CFD コードを用いた他に例のない大規模計算であり、このとき得られた極限パレート解の定性的性質からパレート解の信頼性・本手法の有効性が確かめられた。今後は翼断面の形状も含めたワープ形状の最適化を行っていく予定である。

最後に蛇足になるかもしれないが、設計コストについてふれておきたい。このような進化計算に基づく設計方法が採用されたとしても計算コストが巨額になるため、実用性を疑問視する向きもあるかもしれない。しかし、従来通りの風洞試験を行うには、風洞試験を行う際の模型の制作費に1つあたり数千万円、風洞の運転費用に1日あたり数百万円が必要である。しかも、風洞のあるところに人と物を送らなければならない。数千万円の風洞模型を通関させるだけでも一苦勞である。その上、模型の設計から制作・風洞試験・結果解析のサイクルはどうしても数ヶ月の期間を必要としてしまうので、いろいろな形状を風洞試験で評価することは時間的にも無理がある。次世代 SST の開発コストは約2兆円ともいわれ、1機あたりの価格は数百億円になるであろう。いくら計算しても、航空機開発にとって計算は安上がりなのである。

なお、共同研究を通じて本研究に必要な並列計算環境を提供いただいた東北大学大型計算機センターの方々及び FLO-27 を提供いただいた航空宇宙技術研究所の廣瀬直喜主任研究官に感謝する。

## 8 . 参考文献

1. Fonseca C. M., and Fleming, P. J.: Genetic algorithms for multiobjective optimization: formulation, discussion and generalization, *Proceedings of the 5th International Conference on Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann Publishers, Inc., San Mateo, 1993, pp. 416-423.
2. Eshelman, L. J.: The CHC adaptive search algorithm: How to have safe search when engaging in nontraditional genetic recombination, *Foundations of Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann Publishers, Inc., San Mateo, 1991, pp. 265-283.
3. Goldberg, D. E. and Wang, L.: Adaptive niching via coevolutionary sharing, Quagliarella, D., Periaux, J., Poloni, C. and Winter, G. (Eds.), *Genetic Algorithms and Evolution Strategies in Engineering and Computer Science*, John Wiley and Sons, Chichester, 1998, pp. 21-38.
4. Carlson, H. W. and Middleton, W. D.: A numerical method for the design of camber surfaces of supersonic wings with arbitrary planforms, NASA TN D-2341, June 1964.
5. Torenbeek, E.: *Synthesis of Subsonic Airplane Design*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1982.