

### 3 . 多目的最適化問題

実際の工学問題で要求されている目的は通常 1 つだけでなく複数存在することが多い。航空工学を例にとれば、3次元翼の空力最適化問題は抗力最小化を求める単目的最適化問題である。しかしながら航空機の主翼設計を行う際には、空力(抗力最小化)、構造(翼重量最小化)、装備(燃料タンク最大化など)等を考慮する必要がある。つまり、より実用的な空力設計を実行するには多目的最適化問題を考える必要がある。また、これらの要素はしばしば互いに相反する要素を持っているので、最適化を行う際には各要素の妥協解を得ることが重要である。

従来、多目的最適化問題の解は、もとの問題を何らかの工夫により単一目的の問題に変換するというスカラー化手法により求められてきた。しかしながら、多目的問題での本質が複数の目的関数間でいかにトレードオフをとるかという点にあるため、スカラー化による単一の最適解を求めても不十分である場合が多い。一方、多目的最適化の解について、「パレート最適」という重要な概念がある。このパレート最適解とは、ある目的関数の値を改善するためには少なくとも1つの他の目的関数の値を改悪せざるを得ない解のことであり、目的関数間のトレードオフに関して最適な解の集合を形成することになる。ここで、複数の個体の発生により多点探索を行うというGAの特徴を考慮すると、目的関数をパレート最適性で評価し、パレート最適解の集合を同時に求めることが可能であることに気付く。

一般にGAを用いると関数評価の回数が多くなるため、GAは最適化法としてはあまり効率的な方法であるとはいえない。しかし、パレート解を同時に多数求められるとなると、話は全く違ってくる。従来の方法で複数のパレート解を求めるには、目的関数をスカラー化する際の重みを変えながらパレート解を一つずつ求めていく必要がある。すなわち、計算コストは必要とするパレート解の数に応じて線形に増えていく。一方、多目的GA-MOGA (Multiple-Objective Genetic Algorithm) -では、これまでの単純GAとほぼ同様な関数評価の回数で、パレート解の集合を同時に求めることができる。いわばGAでは、問題の難易度を高めても計算コストは増えない。さらには、単純GAでは計算に用いた集団の中から最適解の一つを選び後は捨てていたのに比べ、MOGAでは隣接するパレート解はトレードオフ情報を定量的に与えるため、すべてのパレート解が意味を持つ。つまり、一つのパレート解あたりのコストは集団の個体数分の一に減少することになる。

そもそもGAは、ロバストで大域的最適化ができることに特徴があった。これに加えて、多目的最適化で、並列計算により多数のパレート解を同時にしかも効率よく求められることは大きな利点である。さらに、GAは解いている問題について盲目的であるという利点を加えると、空力問題だけではなく連成問題の複合最適化に容易に拡張することができる。空力や構造といった個々の領域で感度解析を行うことなく、システム全体の複合最適化が可能となる。

さて、MOGAによって複数のパレート最適解を同時に求めることができるが、この特徴を活かしパレート解の集合からなるべく一様に解をサンプリングするためには、進化させる集団に多様性を持たせることが重要になる。そこで本節では、GAの重要な要素である世代交代モデルとニッチングを数種類組み合わせ、簡単な多目的最適化問題に用いて、多様性を保ちつつパレート最適解を効率的に得るために有効なGAの手法を検討してみよう。

### 3.1 MOGA

多目的最適化では複数の目的関数間の重みがあらかじめ明確でないことが多い。一般的にこうした場合は単一の最適解を持たず、ある目的関数をよくしようとする  
と別の目的関数が悪くなるようなトレードオフを持つ非劣解の集合が解となる。ま  
ず非劣解の概念を定義しよう。  $\mathbf{x}_i$  と  $\mathbf{x}_j$  を実行可能解とし、  $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_q)$  をい  
ずれも最大化すべき目的関数の組とする。以下の関係を満たすとき、  $\mathbf{x}_i$  は  $\mathbf{x}_j$  に支配さ  
れている ( $\mathbf{x}_j$  の劣解) という。

$$f_1(\mathbf{x}_i) \leq f_1(\mathbf{x}_j) \wedge f_2(\mathbf{x}_i) \leq f_2(\mathbf{x}_j) \wedge \dots \wedge f_q(\mathbf{x}_i) \leq f_q(\mathbf{x}_j), \text{ ただし } \mathbf{f}(\mathbf{x}_i) \neq \mathbf{f}(\mathbf{x}_j) \quad (24)$$

(24)式を満たす  $\mathbf{x}_j$  が存在しないとき、  $\mathbf{x}_i$  は  $\mathbf{x}_j$  に支配されない ( $\mathbf{x}_j$  の非劣解) という。

つまり、評価関数空間の実行可能領域内にある非劣解の集合がパレート最適となる。

MOGA での個体の評価には、複数の目的関数を単一関数に組み合わせる必要のない「パレート・ランキング方式」[9]を用いるのがよい。「パレート・ランキング」では、集団中の非劣解をランク 1 とし、残りは集団のパレート面からの位置に応じてランクを割り振る(図 15)。世代  $t$  の集団において、  $p_i^t$  個の個体で個体  $\mathbf{x}_i$  が支配されているとき、個体  $\mathbf{x}_i$  のランクを

$$\text{rank}(\mathbf{x}_i, t) = 1 + p_i^t \quad (25)$$

で決定する。非劣解の個体は全てランク 1 である。例えば図 15 で示されているように各個体のパレート・ランキングが決まる。個体の適応度はたとえばランクの逆数で与えられる。

MOGA を解くためには解がパレート最適であるのと同時に、パレート最適解がパレート集合中に一様に分布していることが望ましい。つまり、解の多様性を保つことが重要である。しかし、確率的な選択を行う

ことによりある特定の評価の良い個体のみが選ばれるような偏りを生ずることがある(遺伝的浮動)[3]。この遺伝的浮動を避けるために、多くの点が集中している部分での適応度を意図的に下げ、孤立している点の適応度を大きくすることにより適応度を修正する操作が必要になる。これをシェアリングという。適応度  $F(\mathbf{x}_i)$  に対しシェアリングによって修正された適応度  $F'(\mathbf{x}_i)$  は

$$F'(\mathbf{x}_i) = \frac{F(\mathbf{x}_i)}{\sum_j s(d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j))} \quad (26)$$

と与えられる。ここで、  $s$  は解がどの程度同じ場所に集中しているかという度合いを決めるシェアリング関数という。もちろん様々なシェアリング関数を考えることが可能であるが、例えば次式で表される[3]。

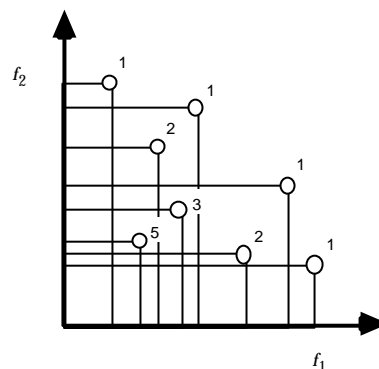


図 15 パレート・ランキング

$$s(d) = \begin{cases} 1 - \left( \frac{d}{s_{share}} \right)^a & \mathbf{s} < \mathbf{s}_{share} \\ 0 & \mathbf{s} \geq \mathbf{s}_{share} \end{cases} \quad (27)$$

$d = d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  は個体  $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j$  間の距離を表す。一般的に距離  $d$  の測定法により、遺伝子のハミング距離を用いる遺伝子型シェアリングとパラメータ空間でのユークリッド距離を用いる表現型シェアリングとがある。表現型シェアリングにはさらに、設計変数間のユークリッド距離と目的関数間のユークリッド距離を測定する方法がある。MOGA では目的関数空間でパレート最適集合を求めるので、後者がよく用いられる。また、この方法には新しい GA のシェアリングパラメータが導入される。ニッチサイズ  $s_{share}$  とべき指数  $a$  である。ニッチサイズ  $s_{share}$  は、個体集団の類似個体の中で互いにどの程度近くにいるときに評価を下げるかを見積もる定数で、各目的関数の個別の最大値  $M_i$  と最小値  $m_i$  を利用する方法[9]で決定する。

$$N s_{share}^{q-1} - \frac{\prod_{i=1}^q (M_i - m_i + s_{share}) - \prod_{i=1}^q (M_i - m_i)}{s_{share}} = 0 \quad (28)$$

ここで  $N$  は集団の個体数である。べき指数  $a$  は 0.25 とした。以下の計算では、シェアリングによるスケールアップが各ランク内で行われるように工夫した。シェアリングは 1) 初期収束の防止、2) 多様性の維持、3) 局所解の分布の検出などの目的で単一目的の GA でも利用されている。

### 3.2 テスト問題

最初に世代交代とニッチングの手法について、多目的最適化に適した組み合わせを簡単な数値実験で求めた。テスト問題として以下の最適化問題を考える。

$$\begin{aligned} \text{設計変数} & x, y \\ \text{制約条件} & 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1 \\ & x^2 + y^2 < 1 \\ \text{目的関数} & x, y \quad \text{最大化} \end{aligned}$$

ここでは実数値関数最適化のために実数コーディングを用いることにし、制約条件が簡単化できるように極座標を用いてコーディングした。交叉は乱数を用いた加重平均とする。交叉および突然変異は次式で与える。

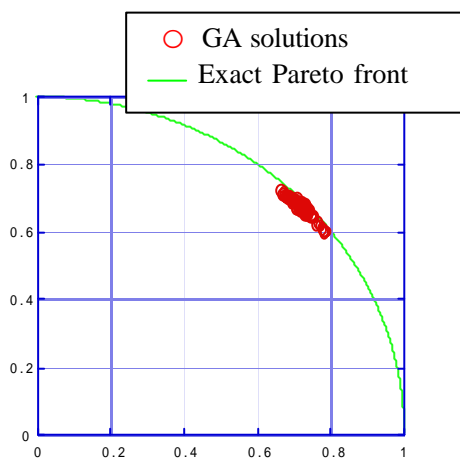
$$\begin{aligned} \text{Child1} &= \text{ran1} \cdot \text{Parent1} + (1 - \text{ran1}) \cdot \text{Parent2} + 2m \quad (\text{ran2} - 0.5) \\ \text{Child2} &= (1 - \text{ran1}) \cdot \text{Parent1} + \text{ran1} \cdot \text{Parent2} + 2m \quad (\text{ran2} - 0.5) \end{aligned} \quad (29)$$

ここで Parent1,2 は親の遺伝子、Child1,2 は子供の遺伝子、ran1,2 は区間[0,1]の一様乱数である。一般にこのような実数型遺伝子の交叉では、多様性を維持するために  $\text{ran1}$  を[-0.5,1.5]とするように薦められている。  $m$  は毎回乱数を発生させてそれが一

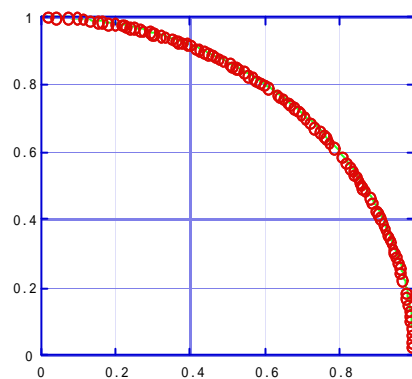
定値(たとえば 0.2)以下ならば突然変異を与えることにより最大変異幅を、一定値より大きければ 0 とする。また、突然変異率は世代が進むと小さくなるように設定した。パレート・ランキングの逆数で適応度を定め、親の選択にはルーレット選択を改良した SUS 法[10]を適用した。

世代交代のモデルとして、親と子が無条件で入れ替える「Simple GA (SGA)」、親 2 個体・子 2 個体の家族の中から最良の 2 個体を次世代に残す「Elitist Recombination (ER)」、そして親集団と子集団を合わせた 2 世代の中から、適応度の順に集団サイズ分の個体を次世代に残す「CHC」[11] (ベスト N 選択法と呼ばれることもある)を試してみよう。

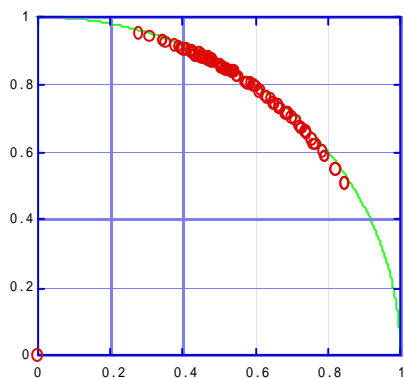
また、解の多様性を維持するために、2 種類のニッチングを試した。前述の個体が密集している部分に存在する個体の適応度を下げる「フィットネス・シェアリング (FS) 法」と、経済学の「独占的競争」の概念を利用し、個体を経営者と顧客に分けて解をうまく分布させようとする「CSN 法」[12]である。「CSN」は、経営者はより多くの顧客を集めるために競争者のより少ない地域に進出し、顧客はどこでも均一のサービスが受けられるならばより空いている店を選ぶという行動をモデル化している。後に示すように現時点ではこの方法は不十分であるので、今後の改良に期待することにして詳細は文献[12]に譲る。



a) Pareto solutions obtained from SGA + FS

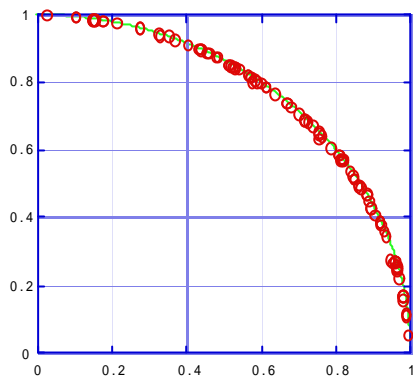


c) Pareto solutions obtained from CHC + FS

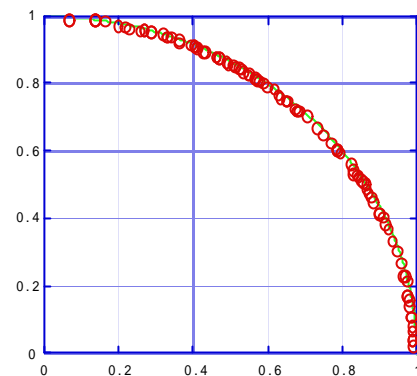


b) Pareto solutions obtained from ER + FS

図 16 シェアリング法を用いたときの世代交代モデルの比較



a) Pareto solutions obtained from SG A+ CSN



b) Pareto solutions obtained from CHC + CSN

図 17 CSN 法を用いたときの世代交代モデルの比較

まず世代交代モデルに関して「SGA」、「ER」、「CHC」を比較する。ニッチングには FS を用いる。30 世代後の結果を図 16 に示す。SGA、ER はパレート解である円周の一部しか捕らえられず、解の多様性が保たれていない。一方、CHC は円周をほぼ一様に円周上を捕らえることができ、なおかつ収束も速かった。

次にニッチングに関して「FS」と「CSN」とを比較する。結果を図 17 に示す。まず世代交代モデルに「SGA」を用いた。すると「CSN」は「FS」と比較してはるかに解の多様性を保つことができ、「SGA」との組み合わせでは「FS」よりも「CSN」が優れていることがわかった。また、「CHC」と「CSN」を組み合わせた場合、結果は「SGA」と「CSN」の場合より改善されているが、「CHC」と「FS」を組み合わせた場合よりは若干収束が悪かった。

「FS」、「CSN」とともに近さを判定するためのパラメータを必要とする。実用上はこのパラメータの決め方が問題となるが、「FS」については式(28)の方法で比較的うまく決めることができる。しかし「CSN」は新しい手法なので、対応するパラメータの決定法に確立された方法がなく、今後改良の余地があるといえよう。

#### 4. 超音速機主翼の多点空力最適設計

最近の航空工学の分野では、ビジネスや観光旅行が以前にもまして国際化したため搭乗時間を大幅に短縮できる次世代の超音速旅客機 (SST) の研究・開発が大きな話題となっている。日本においても東北大学や航空宇宙技術研究所を中心にして精力的に研究が進められているが、現存する唯一の SST であるコンコルド以上の性能を持つ機体を開発するために、空力最適化手法の研究に大きな期待がかかっている。

SST は様々な技術的な困難を抱えているが、その中でも重要な課題の一つは衝撃波によるソニックブームである。ところが現在、ソニックブームに対する有効な解決策は見つかっておらず、次世代 SST の超音速巡航は洋上のみ制限され、大陸上では遷音速巡航を行う可能性が高い。とくに、重要な空港が数多く存在するヨーロッパやアメリカ東海岸への航路は陸上の割合が高く、遷音速巡航性能が超音速巡航性能と同じように重要

である。しかし、超音速飛行では抵抗を低減する大きな後退角は遷音速飛行には適さないため、超音速巡航と遷音速巡航における空力性能のトレードオフ面（パレート最適解）を得ることが実際の設計者の要求となる。こうした空力最適化は設計点が複数あるため、多点空力最適化とも呼ばれる。

超音速巡航性能と遷音速巡航性能の多点空力最適化においては、超音速巡航性能の単一目的最適化と違い超音速前縁を持つアスペクト比（翼平面形の縦横比）の大きい機体も最適解の一つとなり得る。これらの機体では、線形理論による空力性能の見積もりをすることができない。よって、この計算では超音速の空力評価にオイラー計算、遷音速にはポテンシャル計算を用いることにした。また、現実的な設計をするには構造強度の拘束条件を考慮する必要があり、現時点では翼根での曲げモーメント最小化の形で第三の目的関数として取り入れることにした。

3次元のオイラー計算は計算負荷が高いために、GA で評価関数に用いるには世界でもトップレベルのスーパーコンピュータを必要とする。今回、東北大学大型計算機センターとの共同研究により、次世代 SST の空力最適化のために世界的にも例のない GA による大規模計算を実行することができた。（この計算には、NEC SX-4 の 32CPU を用いて 1 ケース約 70 時間かかった。）その計算結果の紹介を通じて、多目的最適化によってさまざまな情報がいかに設計にフィードバックできるかを議論してみよう。

#### 4.1 最適化問題の定式化

ここでは、SST の遷音速巡航、超音速巡航の空力性能及び超音速巡航時の翼根にかかる曲げモーメントの 3 つを目的関数とする多目的最適化を行う。

超音速翼を定義する設計変数は翼平面形、翼厚分布、キャンバー、ねじれ分布に分類される。翼平面形は図 18 に示すように翼根、キंकにおける前縁後退角と翼弦長、翼幅、翼幅方向のキंक位置によって定義される。翼根、キंक、翼端で図 19 に示すように 9 点を制御点とするベジェ曲線で翼厚を定義し、その他のスパン位置では線形内挿によって翼厚分布を定義する。キャンバーはキंकの内側と外側で二枚のパネルに分けて、それぞれについて翼弦長方向に 4 点（図 20）、翼幅方向に 3 点の制御点をおいたベジェ曲面を用いて定義する。線形理論でワープを最適化すると、翼根では負のキャンバーのときに超音速巡航抵抗は小さくなるので翼根では負のキャンバーをとるように制御点を負とし、それ以外では正とする。ねじれ分布は図 21 に示される 6 点を制御点とする B - スプライン曲線で表される。以上が設計変数の定義であり、その総数は 66 となる。

設計条件は以下に示す通りである。

#### 飛行条件

遷音速巡航マッハ数 0.9  
（巡航高度 10km）  
超音速巡航マッハ数 2.0  
（巡航高度 15km）

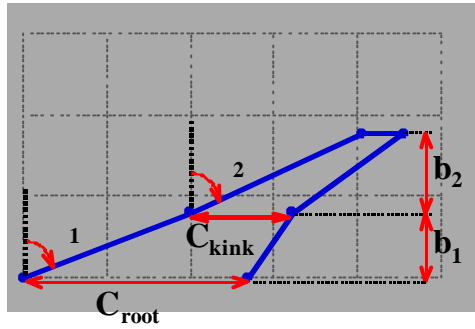
最大翼厚 3~4 (%)  
最大翼厚位置 15~70 (%)

#### 目的関数

遷音速巡航抵抗の最小化  
超音速巡航抵抗の最小化  
超音速巡航時の翼根の曲げモーメント最小化

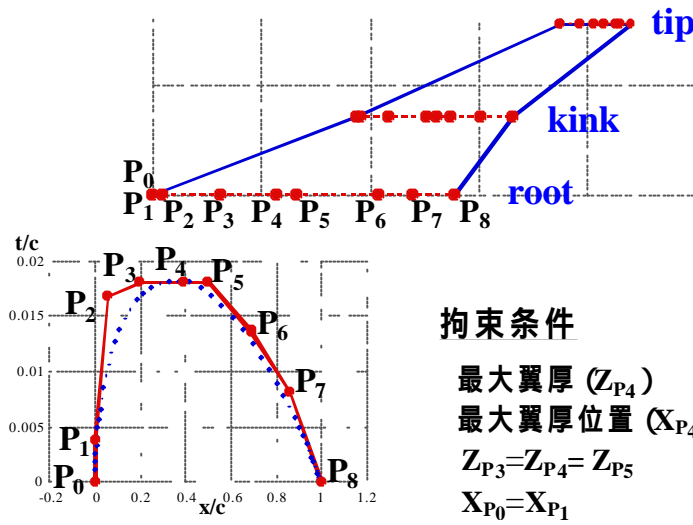
#### 制約条件及び拘束条件

遷音速巡航時の揚力係数 0.15  
超音速巡航時の揚力係数 0.10  
翼面積一定  
前縁後退角 40.0 ~ 70.0 (deg)



設計変数	範囲
1	35 ~ 70 (deg)
2	35 ~ 70 (deg)
$C_{root}$	10 ~ 20
$C_{kink}$	3 ~ 15
$b_1$	2 ~ 7
$b_2$	2 ~ 7

図 18 主翼平面形の定義



拘束条件

- 最大翼厚 ( $Z_{P_4}$ ) 3 ~ 4%
- 最大翼厚位置 ( $X_{P_4}$ ) 15 ~ 70%
- $Z_{P_3} = Z_{P_4} = Z_{P_5}$
- $X_{P_0} = X_{P_1}$

図 19 翼厚分布の定義

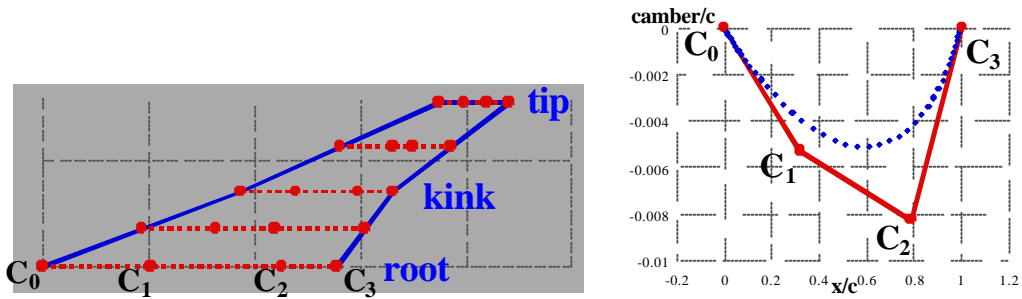


図 20 翼キャンバー面の定義

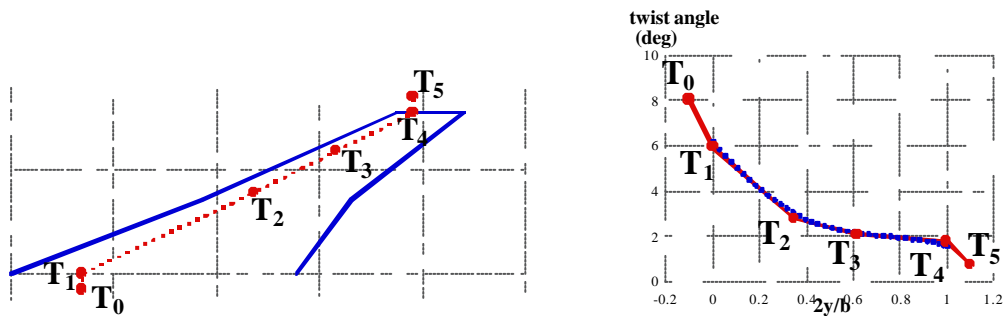


図 21 翼のねじりの定義

制約条件の揚力係数は揚力係数が迎角に対して比例関係にあることを利用し、3回の空力評価を行うことで適切な迎角を選択することにより得ている。超音速空力性能の数値計算にはTVD型上流差分法及びLU-SGS陰解法に基づくオイラーコードを用いた。このコードには収束を速めるために多重格子法を用いた。また、遷音速空力性能の数値計算には完全ポテンシャルソルバーFLO-27[13]を使用した。

#### 4.2 計算結果

以上の手法を用いて得られたパレート最適解の様子を図22に示す。目的関数が3つの多目的最適化であるため、3次元空間上でパレート面が得られている。この図から各目的関数間に存在するトレードオフを読みとることができる。より分かりやすくするため、図22を超音速と遷音速の空力抵抗が作る2次元上に投影した図が図23である。これらの図より目的関数間に存在するトレードオフ面がはっきりと視覚化される。設計者はこれらのパレート最適解の中から設計目的に最も適合する超音速翼を選択することができる。

特に図23において、純粋な2目的最適化の場合、左下に凸なパレート面( - の曲線)となるはずだが、3目的であることによってもう一つのトレードオフ曲線( - の曲線)を得ている。また、これらの図に示された平面形から、超音速巡航の空力性能に優れた翼は、これまでの設計に採用されているように前縁後退角が大きいことが分かる。また空力性能の高い翼は高アスペクト比翼であり構造上問題があることが改めて示された。一方、曲げモーメント最小の翼の巡航性能は著しく低い。図23でパレート面 - は空力性能のみが優れた解を与えており、その平面形は非現実的な高アスペクト比となっている。一方、パレート面 - は、超音速巡航での空力性能と荷重を支えるために必要な構造強度のトレードオフを与えている。

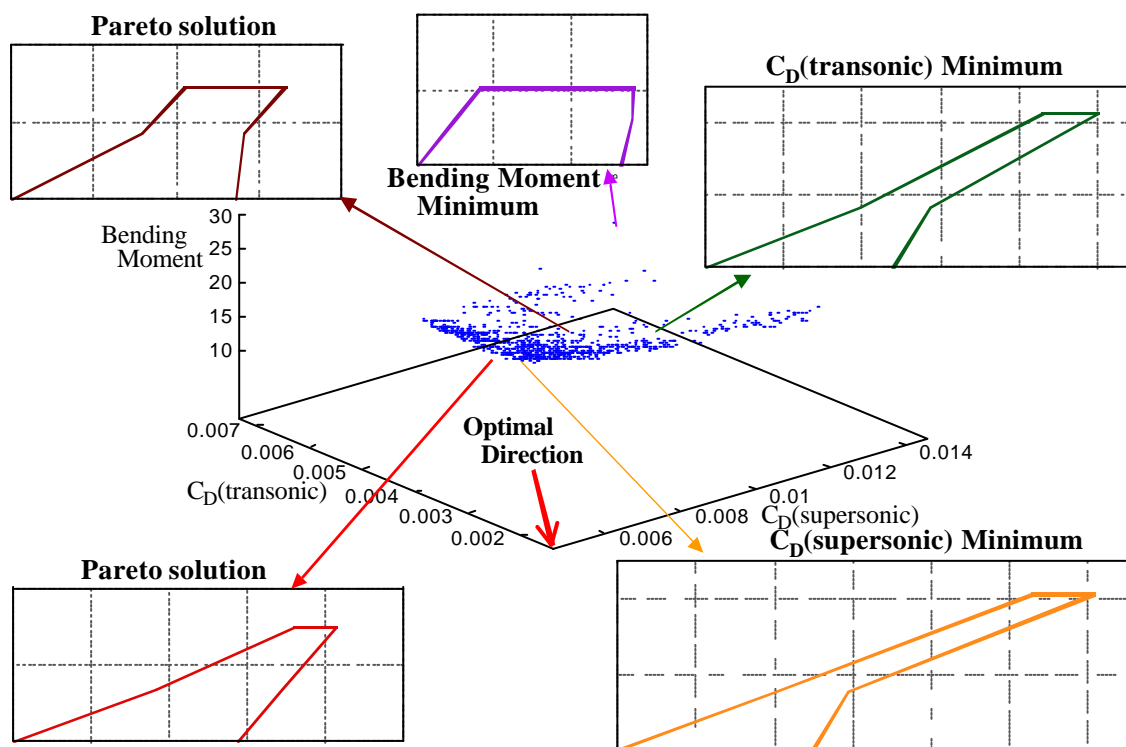


図22 目的関数空間におけるパレート面と典型的なパレート解の翼平面形



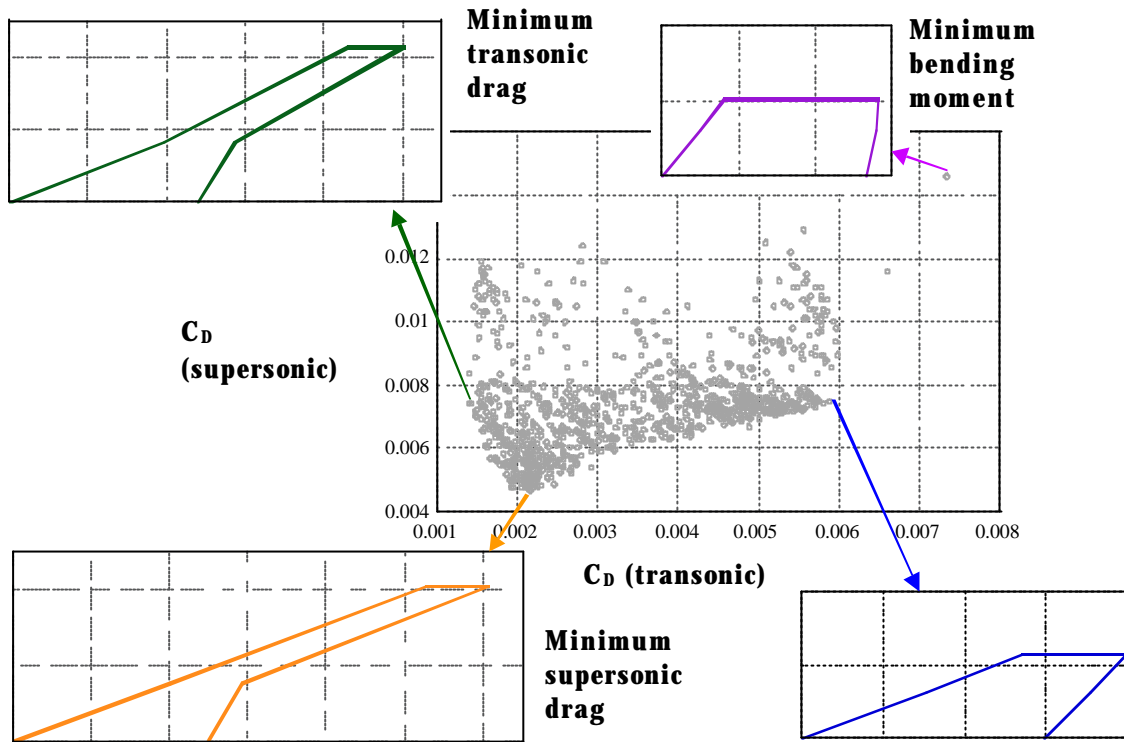


図 23 空力目的関数空間へのパレート解の射影

次に、現在航空宇宙技術研究所 (NAL) で実施されている小型超音速機実験機プロジェクトの第 2 次主翼設計形状との比較を行った[14]。NAL では逆解法を用いて粘性抵抗軽減も考慮した 4 次形状まで設計されているが、本計算は非粘性のため、線形理論で最適化された 2 次形状を比較対象として選んだ。2 次形状の設計では、最適化の際の飛行条件としては超音速巡航しか考えていないが、低速の性能や構造強度をある程度見込んで平面形を決定している。

NAL 2 次形状の性能を図 23 に加えると、図 24 を得る。NAL 2 次形状は、パレート面 - の中央付近に位置し、平面形の決定に当たって設計者が超音速性能だけでなくその他の設計条件についても十分な考慮をしたことが伺える。

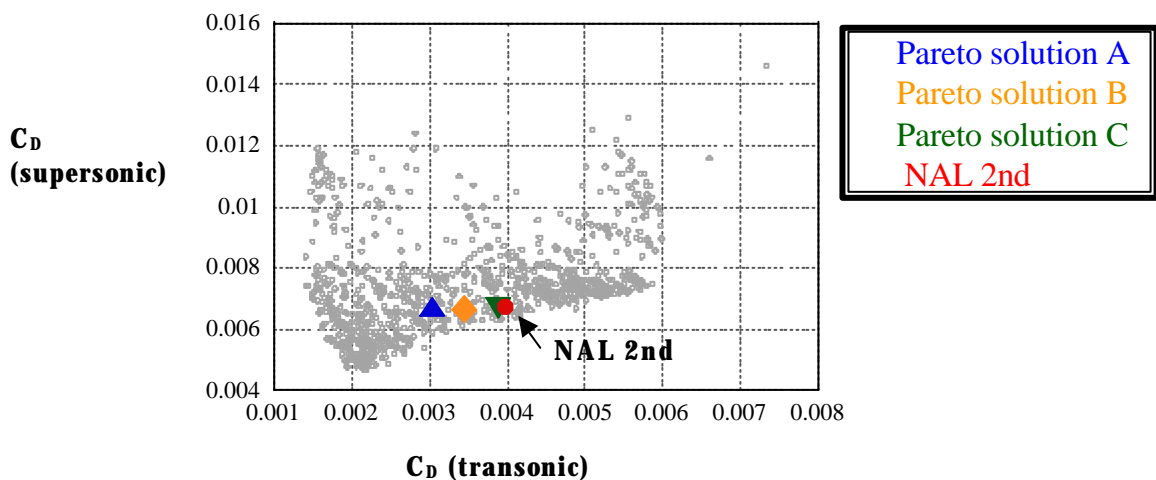


図 24 NAL2 次設計とパレート解の比較

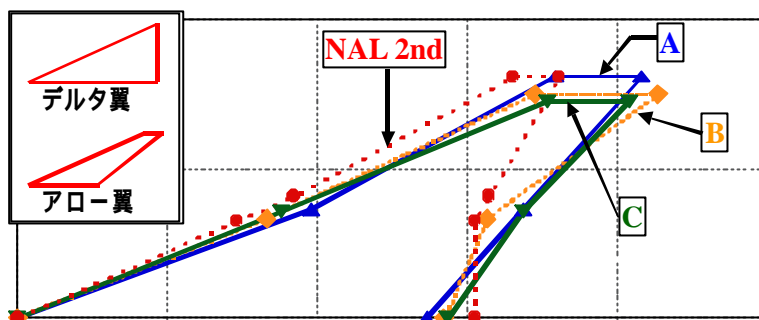
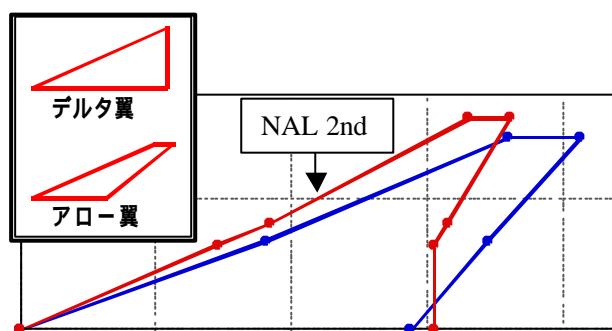


図 25 NAL2 次形状とパレート解の翼平面形の比較

表 1 空力性能の比較

	Aspect Ratio	$C_D$ (M0.9) ( $\times 10^{-4}$ )	$C_D$ (M2.0) ( $\times 10^{-4}$ )	Bending Moment
A	2.19	30.36	67.08	19.70
B	1.89	34.38	66.52	18.89
C	1.77	38.90	66.97	17.87
NAL2nd	2.20	39.73	67.00	18.31



	Pareto Solution	NAL 2nd
Aspect Ratio	1.82	2.20
$C_D$ (M0.9)	38.43	39.73
$C_D$ (M2.0)	64.61	67.00
Bending Moment	18.17	18.31

図 26 3 目的とも NAL2 次形状より優れたパレート解の平面形とその性能値

さらに図 24 で、NAL 2 次形状と同じ超音速性能を持ち、遷音速性能を改良するような解 A, B, C を選び、図 25 で平面形を比較してみた。これらの設計の性能値は表 1 にまとめた。NAL 2 次形状が、デルタ翼を変形したような形状なのに対して、遷音速性能を向上させる平面形はアロー翼形状になっている。通常的设计ではデルタ翼の方が翼にかかる荷重を支えるのが楽なため、デルタ翼の方が設計者に好まれているが、異なる速度でよい空力性能を得ようとするとアロー翼が望ましいことが分かった。

最後に図 26 に、NAL 2 次形状に比べ 3 目的すべてが改善されたパレート解の 1 例を示す。この形状もやはりアロー翼となり、この結果から荷重による曲げモーメントを含めて考えても、アロー翼が優れていることが分かる。実際、過去にもアロー翼が提唱されたことがある。しかし、このときは低速時の空力性能を上げることのみを念頭においていたため、アスペクト比を大きく取りすぎて構造的な問題から実用化されなかった。その後、デルタ翼との折衷でクランクアロー翼と呼ばれる超音速前縁を持つ翼が F16 において実用化されたが、超音速前縁を持つ翼は超音速抵抗

が増加するため、パレート最適解とはならない。今回見出されたアロー翼は比較的  
低アスペクト比であり、従来のアロー翼とはまったく異なる。これから超音速翼を  
設計する場合、従来の設計に従ってデルタ翼を採用するのではなく、低アスペクト  
比のアロー翼を用いた場合の空力と構造のトレードオフをもっと定量的に確認する  
必要がある。実際のアロー翼では、曲げモーメントだけでなく捻りモーメントも重  
要となるため、より詳細な構造モデルを考慮した最適化が必要であろう。

以上のようにパレート解を調べることで、設計上のトレードオフの評価や特定の  
パレート解まわりの感度解析などが容易に行える。またパレート解を設計変数以外  
の設計パラメータで整理しなおすこともできる。たとえば、空力上重要なパラメ  
ータであるアスペクト比やテーパー比は設計変数ではないが、こうしたパラメータで  
パレート解を整理しなおすと、感度解析を行うときに結果を技術者の理解しやすい  
形にまとめることができる。このように、パレート解は単一目的最適解に比べ、は  
るかに多くの情報を提供してくれることがわかる。

航空機であれ船舶であれ、ある分野だけが突出していたのでは優れた工学システ  
ムとはいえない。優れたシステムには、さまざまな分野のエッセンスがバランスよ  
く詰め込まれている必要がある。航空分野に限らず、計算工学の発展によって流体  
と構造をカップリングさせるようなシステム統合シミュレーション技術の重要性は  
ますます高まってきているといえよう。そのような計算技術が実用化されるにつれ  
て、多目的最適化の重要性はますます増加するであろう。進化的アルゴリズムに取  
り掛かるのは比較的容易であるが、これを効率的に用いるには交叉や選択などいく  
つもの遺伝的オペレータをうまく調和させなければならないので奥が深い。多目的  
最適化の需要に応えるためにも、今後 MOGA の手法がより洗練されより効率的にパ  
レート解が求まるようになることを期待したい。

## 参考文献

- [1] Vanderplaats, G. N., *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design: with Applications*, McGraw-Hill, Inc., New York (1984).
- [2] Press, W. H., et al., *Numerical Recipes in FORTRAN : the art of scientific computing*, 2<sup>nd</sup> ed., Cambridge University Press, Cambridge (1992).
- [3] Goldberg, D. E., *Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading (1989).
- [4] Vanderplaats, G. N., "Approximation Concepts for Numerical Airfoil Optimization", NASA TP-1370 (1979).
- [5] Hicks, R. M. and Henne, P. A., "Wing Design by Numerical Optimization", *Journal of Aircraft*, Vol. 15, pp. 407-412 (1978).
- [6] 伊庭 斉志, *遺伝的アルゴリズムの基礎*, オーム社, 東京 (1994).
- [7] Katz, J. and Plotkin, A., *LOW-SPEED AERODYNAMICS from Wing Theory to Panel Methods*, McGraw-Hill, Inc., New York (1991).
- [8] Vanderplats, G. N., "ADS-A FORTRAN Program for Automated Design Synthesis, Version 3.00", Engineering Design Optimization, Inc., California (1988).
- [9] Fonseca, C. M. and Fleming, P. J., "Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation, Discussion and Generalization," *Proceedings of the 5th International Conference on Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann Publishers, San Mateo, California, pp. 416-423 (1993).
- [10] Baker, J. E., "Reducing Bias and Inefficiency in the Selection Algorithm," *Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann

- Publishers, San Mateo, California, pp. 14-21 (1987).
- [11] Eshelman, L. J., "The CHC Adaptive Search Algorithm: How to Have Safe Search When Engaging in Nontraditional Genetic Recombination," *Foundations of Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann Publishers, San Mateo, California, pp. 265-283 (1991).
- [12] Goldberg, D. E. and Wang, L., "Adaptive Niching via Coevolutionary Sharing," Quagliarella, D., Periaux, J., Poloni, C. and Winter, G. (Eds.), *Genetic Algorithms and Evolution Strategies in Engineering and Computer Science*, John Wiley and Sons, Chichester pp. 21-38 (1998).
- [13] Jameson, A. and Caughey, D. A., "A Finite Volume Method For Transonic Potential Flow Calculations," AIAA paper 77-677. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, VA (1977)
- [14] Iwamiya, T., "NAL SST Project and Aerodynamic Design of Experimental Aircraft," *Proceedings of the Fourth ECCOMAS Computational Fluid Dynamics Conference*, Vol. 2, John Wiley & Sons, Chichester, UK, pp. 580-585 (1998).