

計測融合シミュレーション

平成26年度 基礎ゼミ 第2回

2016年4月21日

東北大学
流体科学研究所

早瀬 敏幸



講義内容

1. はじめに
2. 準備 線形関数と動的システム
3. 計測融合シミュレーション
4. 超音波計測融合シミュレーションによる血流解析
5. おわりに



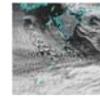
1. はじめに



背景

流れの実現象の再現が重要な分野

- 気象予報



高知大学
ホームページ

- 流れの制御



- 医療支援



- 大規模システムの異常同定



1940年アメリカ
Carleton
University
ホームページより



実現象を再現するための手法

- 計測
- 理論解析
- 数値シミュレーション
- ティホノフ正則化
B. Zeldin and A. Mead, AIAAJ, 35-11, 1997, 1787-1790.
- PTV(可視化流れ計測)とCFDの融合手法
T. Ido, Y. Murai, F. Yamamoto, Experiments in Fluids, 32, 2002, 326-336.
- 4次元変分法
- オブザーバ、カルマンフィルタ、計測融合シミュレーション
- ニューラルネットワーク



2. 準備 線形関数と動的システム

線形関数と非線形関数

関数 $Y = F(X)$

線形関数は $F(X_1+X_2) = F(X_1) + F(X_2)$ を満たすもの(特殊)

非線形関数は $F(X_1+X_2) = F(X_1) + F(X_2)$ を満たさないもの

線形関数の例(1)

a) 時速 a kmで走る自動車の走行時間 x (入力) と距離 y (出力) の関係

$y = a \cdot x$ (正比例)

b) 横ベクトル $\mathbf{a} = [a_1 \ a_2]$

$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^2$ (2次元ベクトル、入力) $y \in \mathbf{R}$ (スカラー、出力)

$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 = [a_1 \ a_2] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \mathbf{ax}$ (線形汎関数)

線形関数の例(2)

c) 行列 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{n1} \end{bmatrix}$

$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^m$ (m次元ベクトル、入力) $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^n$ (n次元ベクトル、出力)

横ベクトル 縦ベクトル
 入力 出力

線形代数
 行列は2通りの捉え方ができる
 (1) 横ベクトルが縦に並んだもの
 (2) 縦ベクトルが横に並んだもの

Institute of Fluid Science, Tohoku University 9

線形関数の例(3)

d) 積分変換

行列で、 n, m を無限大にする

$x(t)$ (関数、入力) $y(s)$ (関数、出力)

関数をベクトルと捉える(重要)

関数の内積
 $(x|y) = \int_0^1 x(t)y(t)dt$

関数の直交性
 $(x|y) = \int_0^{2\pi} \sin t \cos t dt = 0$

$y(s) = \int_0^t a(s,t)x(t)dt$ (積分変換)

例
 $g(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} f(t)dt$ (フーリエ変換)
 $F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t)dt$ (ラプラス変換)

関数解析

非線形関数

線形でないものは全て非線形
(ほとんど全ての関数)

動的システム(1)

システムの現在の状態が、システムの過去の状態と関連するシステム((重要))

動的システムの例 静的システムの例
 1) 力の作用する物体の運動 1) サイコロの目の出方
 2) 経済システム
 3) 生態系

数学的には「微分方程式」で記述できる

$\frac{dx}{dt} = f(x)$ (システムの未来の状態が、現在の状態の関数で表される)

微分方程式は動的システムの数学的表現((重要))

動的システム(2)

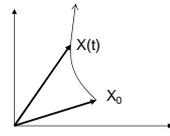
微分方程式(動的システム)の解は、システムの状態 x が、時間と共にどのように変化するかを示す。

$$\frac{dx}{dt} = f(x)$$

1) f が線形関数の場合は、解析的に解ける

$$\frac{dx}{dt} = Ax$$

全て、 $x = x_0 e^{At}$ の形で表せる(複素数の場合は、 $\sin t, \cos t$)



2) f が非線形関数の場合(現実の世界)は、一般に解析的に解けない



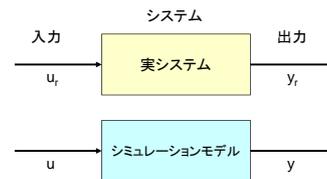
- 数値シミュレーション
- 線形近似(非線形システムは局所的に線形システムとみなせる)

まとめ

- 線形関数、線形代数
- 動的システム、微分方程式

3. 計測融合シミュレーション

シミュレーションで実現象を再現するのは難しい!



ポイント: 誤差 $(y - y_r)$ のダイナミクスを考える

誤差ダイナミクス

簡単のため線形動的システムで考える。状態変数 x 自身を出力と考える。

実システム:
$$\frac{dx_r}{dt} = Ax_r + Bu_r$$

シミュレーション:
$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu$$

誤差ダイナミクス:
$$\frac{d}{dt}(x - x_r) = A(x - x_r) + B(u - u_r)$$

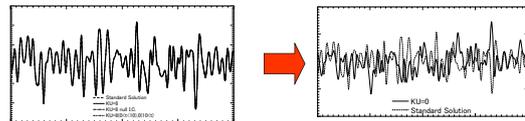
解は
$$x - x_r = e^{At}(x - x_r)_{t=0} + \int_0^t e^{A(t-\tau)} B(u - u_r) d\tau$$

システム行列 A に不安定な固有値があると、初期条件および入力の誤差は指数関数的に増加する

誤差ダイナミクス

システム行列 A に不安定な固有値があると、初期条件および入力による誤差は指数関数的に増加する

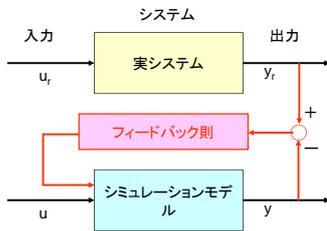
$$x - x_r = e^{At}(x - x_r)_{t=0} + \int_0^t e^{A(t-\tau)} B(u - u_r) d\tau$$



初期値は非常に近くても、時間がたつと全く異なった解になる

天気予報は難しい!

出力誤差をフィードバックすると解決できる！ (オブザーバ)



ポイント: 誤差 $(y - y_r)$ のダイナミクスを考える

誤差ダイナミクス

実システム: $\frac{dx_r}{dt} = Ax_r + Bu_r$ $y = Cx_r$

オブザーバ: $\frac{dx}{dt} = Ax + Bu - K(y - y_r)$ $y_r = Cx_r$

誤差ダイナミクス: $\frac{d}{dt}(x - x_r) = A(x - x_r) + B(u - u_r) - K(Cx - Cx_r)$

$$\frac{d}{dt}(x - x_r) = (A - KC)(x - x_r) + B(u - u_r)$$

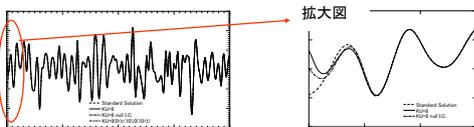
解は $x - x_r = e^{(A-KC)t}(x - x_r)_{t=0} + \int_0^t e^{(A-KC)(t-\tau)} B(u - u_r) d\tau$

フィードバックゲイン行列Kを適当に選んで、 $(A-KC)$ の固有値の実部を全て負に設定できれば、任意の初期条件から誤差は0に収束する。

誤差ダイナミクス

フィードバックゲイン行列Kを適当に選んで、 $(A-KC)$ の固有値の実部を全て負に設定できれば、任意の初期条件から誤差は0に収束する。

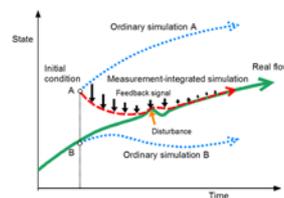
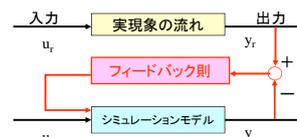
$$x - x_r = e^{(A-KC)t}(x - x_r)_{t=0} + \int_0^t e^{(A-KC)(t-\tau)} B(u - u_r) d\tau$$



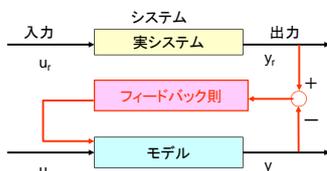
異なる初期値から、正しい解に収束する

- ポイント:
- オブザーバはフィードバックによりシミュレーションとは異なる誤差ダイナミクスをもつ。
 - 誤差の収束後はフィードバック量も0になる！

計測融合シミュレーション



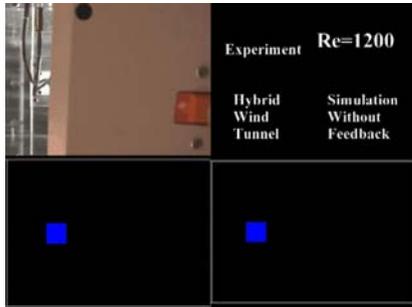
計測融合シミュレーションはオブザーバの一種



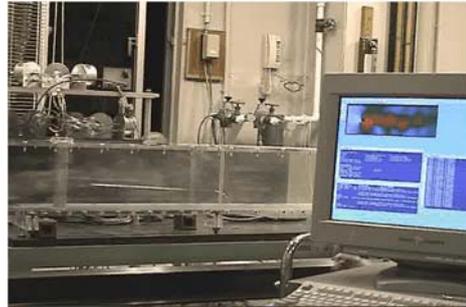
	システム	出力	
	実システム	y_r	
	フィードバック則		
	モデル	y	
	モデル		フィードバック
オブザーバ	線形微分方程式	極配置	Luenberger (1964)
カルマンフィルタ	線形微分方程式	最適設計	Kalman (1960)
拡張カルマンフィルタ	非線形モデル	最適設計	
計測融合シミュレーション	CFDモデル	比例制御	

計測融合シミュレーションを応用した血流可視化診断装置

例1: ハイブリッド風洞によるカルマン渦列の2Dリアルタイム解析



ハイブリッド風洞によるカルマン渦列のリアルタイム解析

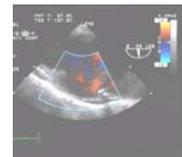


4. 計測融合シミュレーションによる血流解析

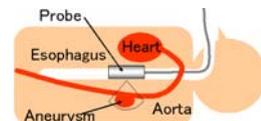
超音波診断装置



超音波診断装置



カラードブラ計測結果



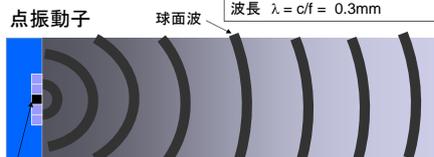
下行大動脈に発症した動脈瘤

超音波計測の原理

超音波ビーム

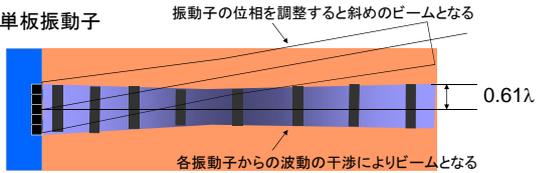
音速 $c = \sqrt{K/\rho} = 1540 \text{ m/s} \pm 6\%$ (生体組織)
 周波数 $f = 5 \text{ MHz}$ (高いほど減衰が大きい)
 波長 $\lambda = c/f = 0.3 \text{ mm}$

1. 点振動子



圧電素子: アクチュエータ&センサ

2. 単板振動子

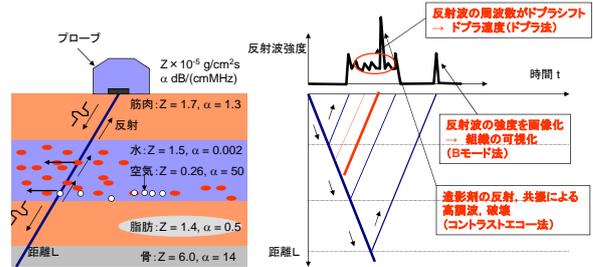


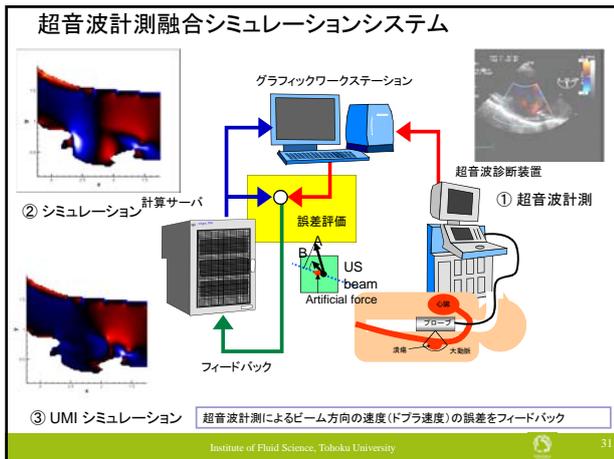
Bモード法とドブラ法

Bモード法: 固有音響インピーダンスの異なる界面での反射を利用
 ドブラ法: 速度に比例した周波数シフトを利用

圧力振幅と速度振幅の関係: $P = ZV$ ここで $Z = \rho c$

P: 圧力振幅, V: 速度振幅, Z: 固有音響インピーダンス, ρ: 密度, c: 音速





小動物用超音波計測連成血流解析システムの開発

背景

循環器系疾患

- ・ 死亡原因の1/3
- ・ 疾患と血流の関係

生体内の血流情報

- ・ 医用画像診断装置 (CT、MRI、超音波・・・)
- ・ 数値シミュレーション
- ・ 超音波計測融合シミュレーション

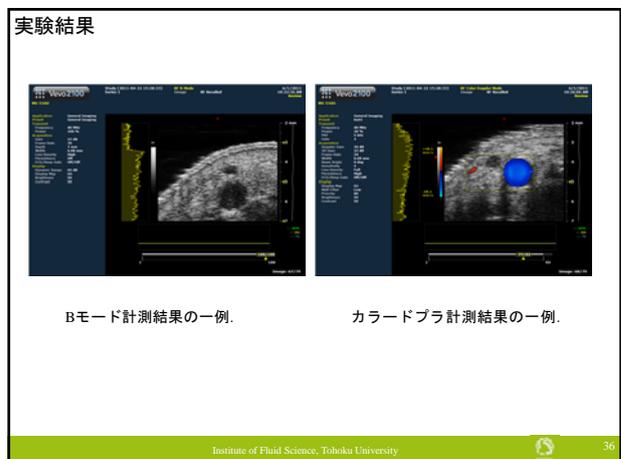
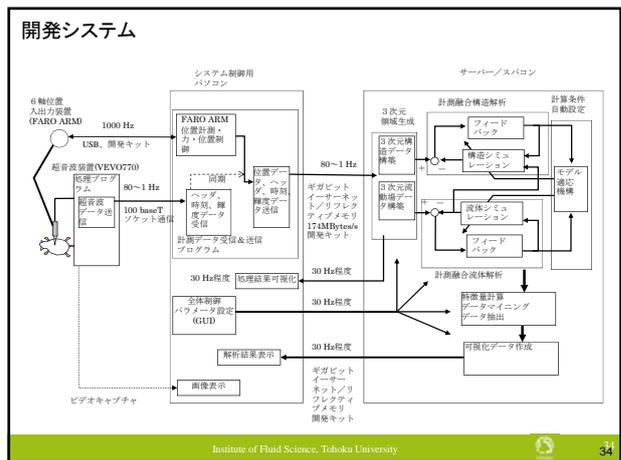
小動物用超音波計測連成血流解析システム

目的

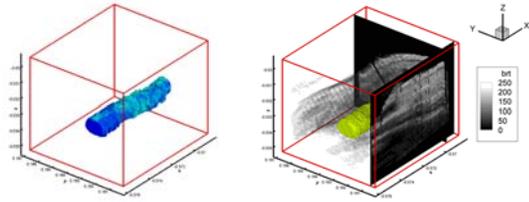
小動物用超音波計測連成血流解析システム

- ・ マウス頸動脈を対象
- ・ 通常のシミュレーションと比較による有効性の検証

Institute of Fluid Science, Tohoku University



解析結果



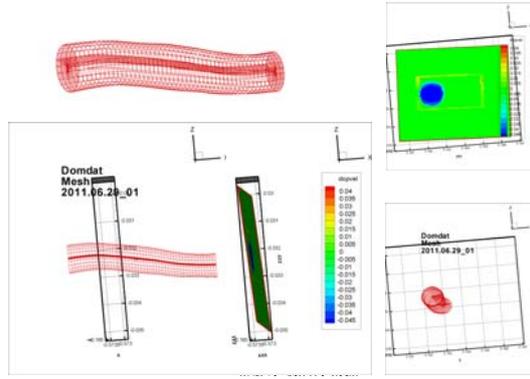
抽出された血管形状



37



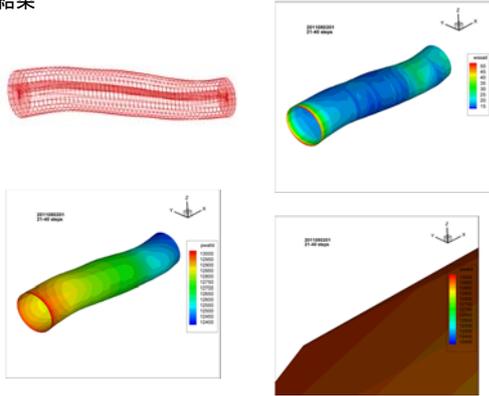
解析結果



38



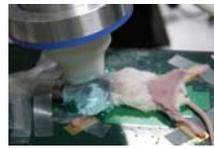
解析結果



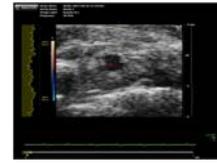
39



マウス頸動脈の解析



実験の様子

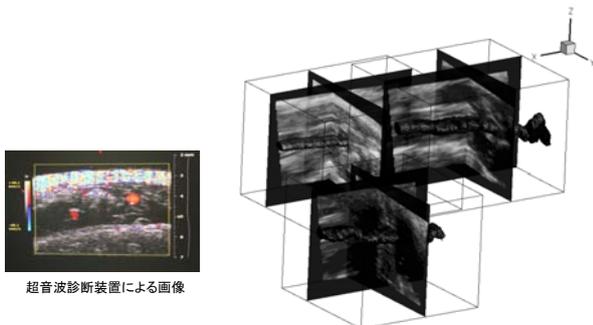


頸動脈カラードブラ計測結果

40



マウス頸動脈(2)



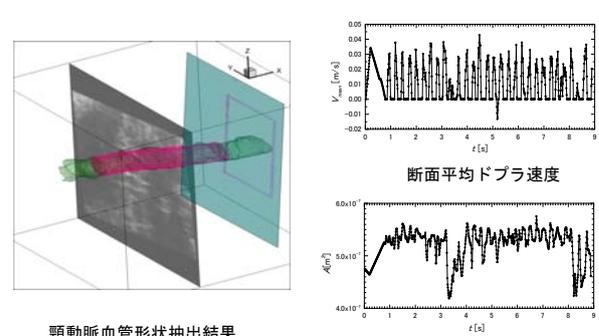
超音波診断装置による画像

3回の計測により抽出された2本の頸動脈の血管形状と、血管断面の計測画像

41



超音波計測結果

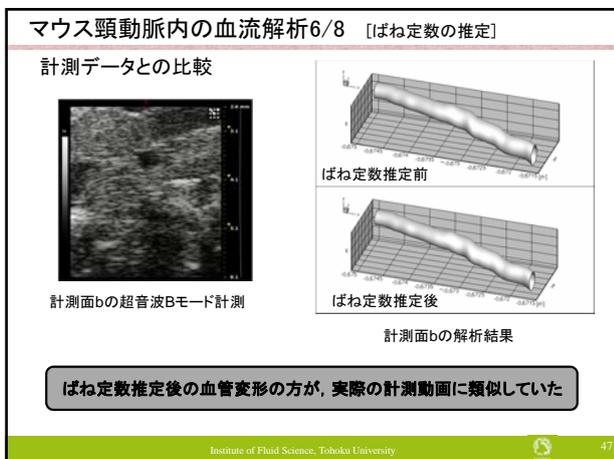
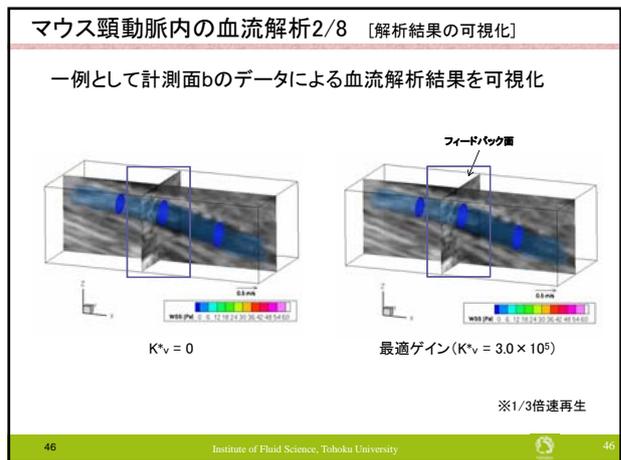
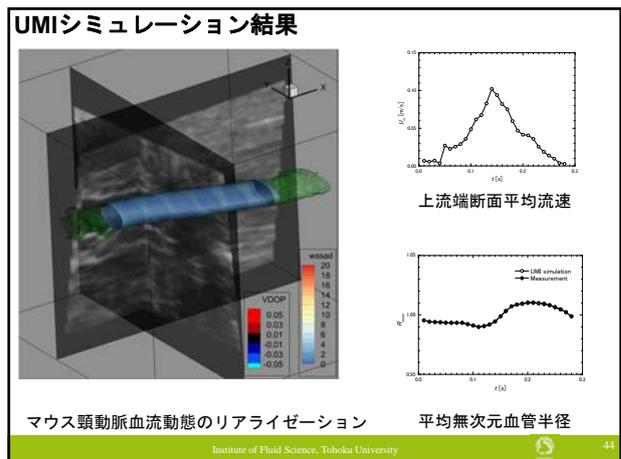
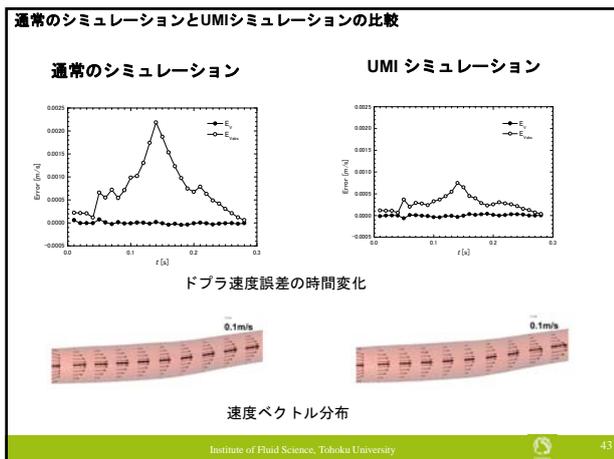


頸動脈血管形状抽出結果

血管断面積

42





5. おわりに

48

将来展望

(1) 医療分野への計測融合解析の応用

1. 循環器系疾患研究の新展開
> **マウス実験**による循環器系疾患の原因解明と治療法開発
2. 医療画像診断装置の性能向上
> **超音波診断装置**に 응용して高度診療を実現
> **MRI装置**の計測精度を大幅に向上



(2) 他分野への計測融合解析の応用

1. **原子カプラント**の異常同定システム
2. **航空機**の乱気流予測制御システム
3. **超小型スパコン開発**による携帯型高度診断装置や建築物内気流制御

