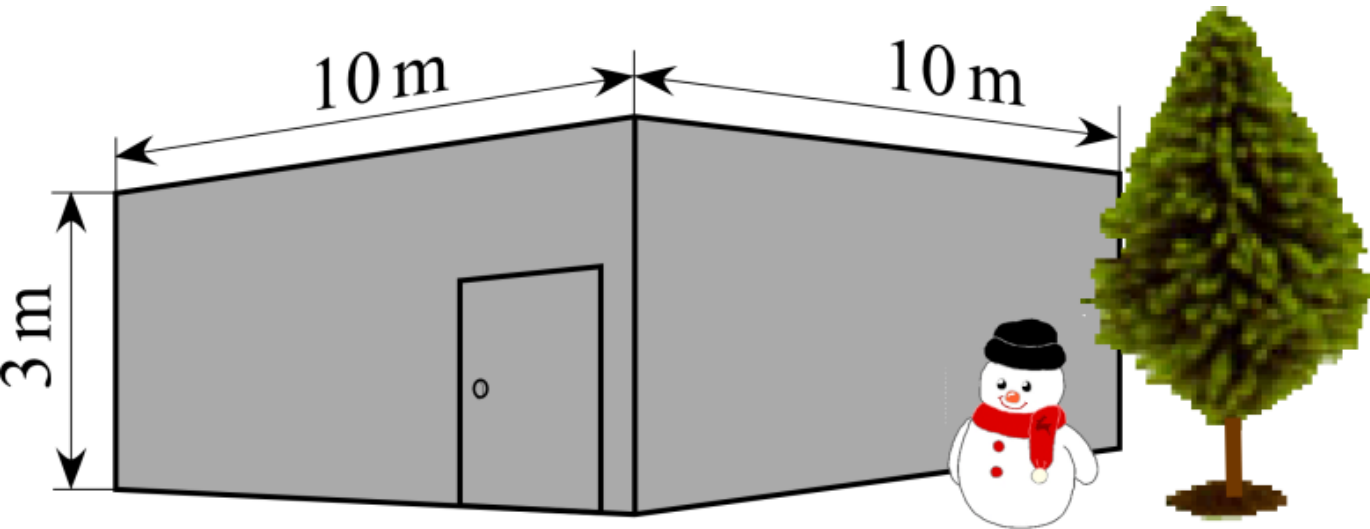


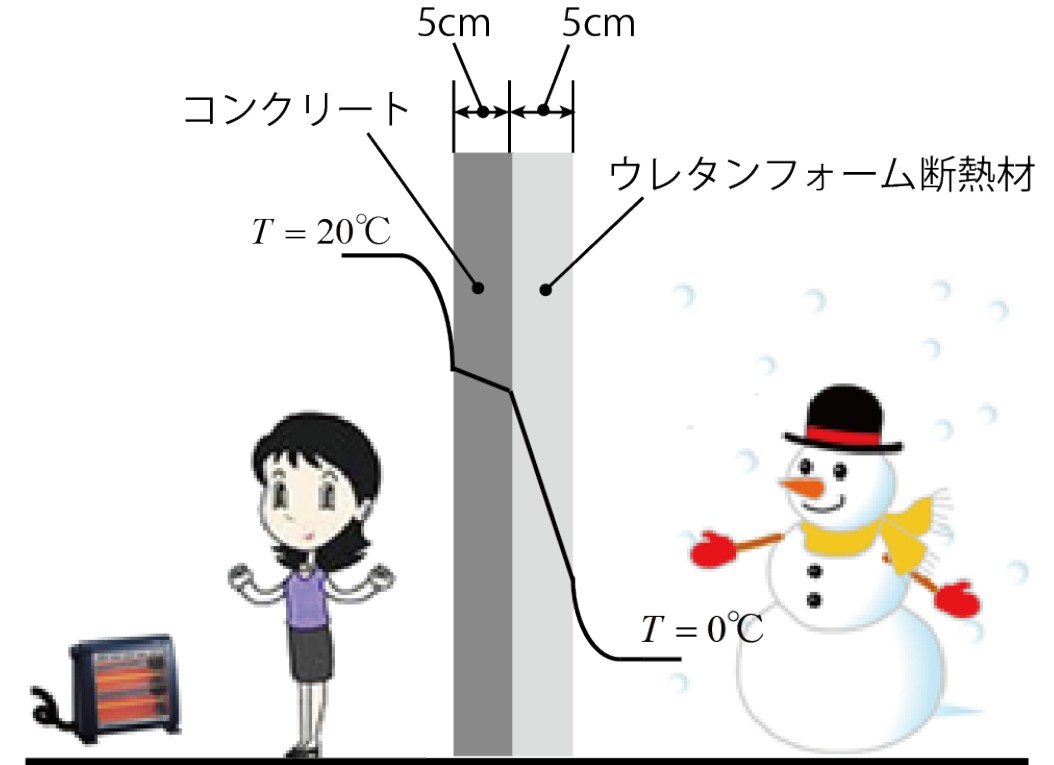


第2章 熱伝導（伝導伝熱）③

2-3. 定常熱伝導の例題と演習問題



家の断熱と暖房費



壁の熱伝導

講師が開発した汎用伝熱解析ソフトを使用し、壁に温度差がある場合の伝熱量を計算して、壁の材質で暖房費用が大きく異なることを示します。



東北大学

技術者と研究者に向けた伝熱工学の基礎と応用

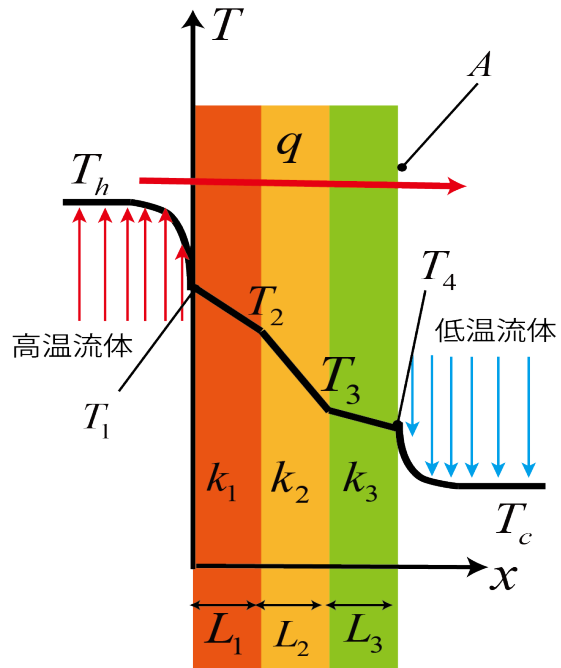
伝熱工学の
基礎と応用

2-3

前回の内容

第2章 熱伝導（伝導伝熱）②

2-2. 多層媒体の定常熱伝導

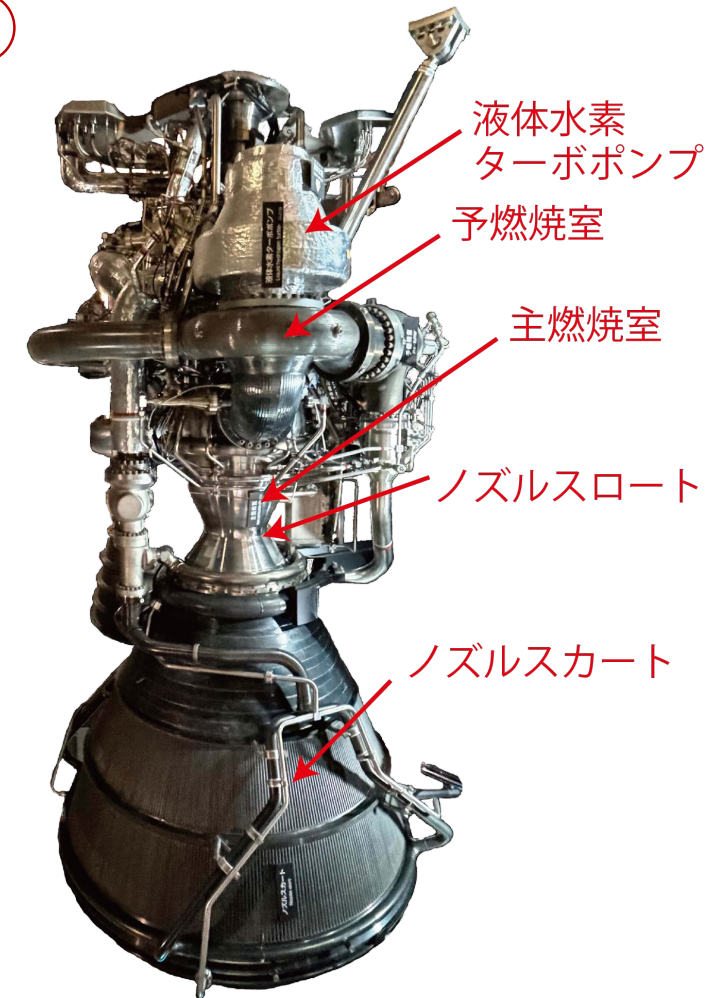


$$T_h \quad \frac{1}{Ah_h} \quad T_1 \quad \frac{L_1}{Ak_1} \quad T_2 \quad \frac{L_2}{Ak_2} \quad T_3 \quad \frac{L_3}{Ak_3} \quad T_4 \quad \frac{1}{Ah_c} \quad T_c$$

対流熱伝達がある場合の多層平板の熱伝導



水を入れた風船を炎にかざした時、風船は割れるだろうか



ロケットエンジンの冷却技術



第2章 熱伝導（伝導伝熱）③

- 2-1. 定常熱伝導と物質の熱伝導率
- 2-2. 多層媒体の定常熱伝導
- 2-3. 定常熱伝導の例題と演習問題**
- 2-4. 熱伝導方程式と境界条件
- 2-5. 非定常熱伝導
- 2-6. 非定常熱伝導の例題と演習問題
- 2-7. ニュートンの冷却法則



定常熱伝導の例題 1

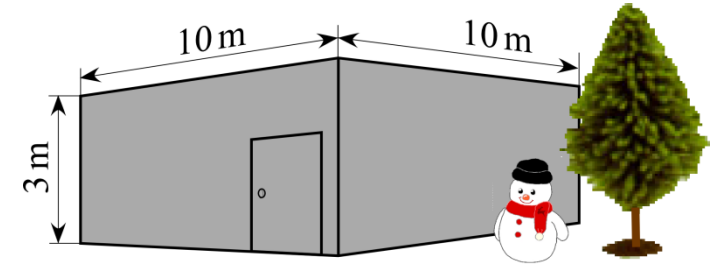
【例題】

床面が縦横10mの正方形で高さ3mの壁と屋根で覆われた家を考える。

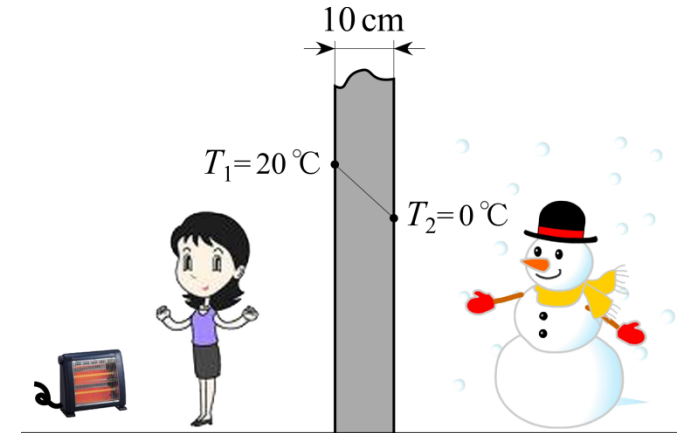
屋根と壁の内面と外面の温度はそれぞれ $T_1=20^\circ\text{C}$ 、 $T_2=0^\circ\text{C}$ であった。

下記の条件における一日の暖房費を計算せよ。ただし、床は断熱とし、室内の暖房は電気ヒーターで行い、電気代は1kWh(3.6MJ)あたり25円とする。

1. 家全体が厚さ10cm、熱伝導率 $k=1.2 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ のコンクリートで覆われている場合
2. 厚さ10cm、熱伝導率 $k=0.02 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ のウレタンフォーム断熱材を使用した場合



家の断熱と暖房費



壁の熱伝導



定常熱伝導の解答 1-1

【解答】

壁と屋根の表面積は、 $A = 10 \times 10 + 4 \times 10 \times 3 = 220 \text{ m}^2$

壁の温度こう配は、 $\frac{dT}{dx} = \frac{T_2 - T_1}{L} = \frac{0 - 20}{0.1} = -200 \text{ K/m}$

1. コンクリートの熱伝導率とフーリエ
の式を用いると、熱流束は $q = -k \frac{dT}{dx} = 1.2 \times 200 = 240 \text{ W/m}^2$

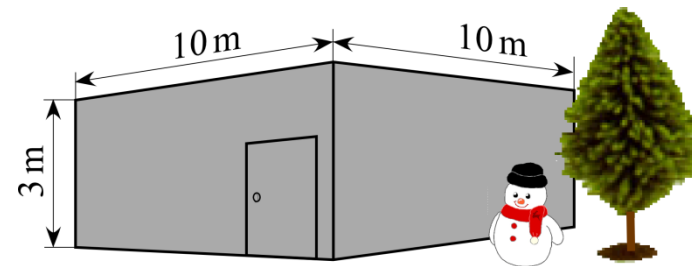
伝熱量は、 $\dot{Q} = Aq = 220 \times 240 = 5.28 \times 10^4 \text{ W}$

一日($60 \times 60 \times 24 = 86400 \text{ s}$) 当たりの放熱量は、

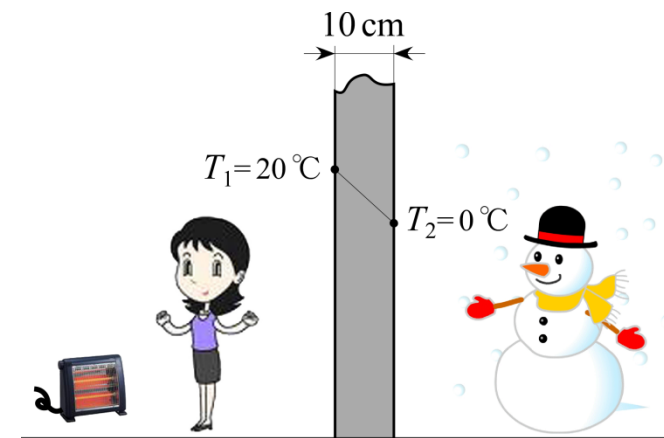
$$Q = 5.28 \times 10^4 \times 86400 = 4.562 \times 10^9 \text{ J} = 1.267 \times 10^3 \text{ kWh}$$

電気代は、 $1267 \text{ kWh} \times 25 \text{ 円} = 31675 \text{ 円}$

電気代は 1日約3万円



家の断熱と暖房費



壁の熱伝導



定常熱伝導の解答 1-2

【解答】

2. ウレタンフォーム断熱材の熱伝導率と
フーリエの式を用いると、熱流束は

$$q = -k \frac{dT}{dx} = 0.02 \times 200 = 4 \text{ W/m}^2$$

伝熱量は、

$$\dot{Q} = Aq = 220 \times 4 = 880 \text{ W}$$

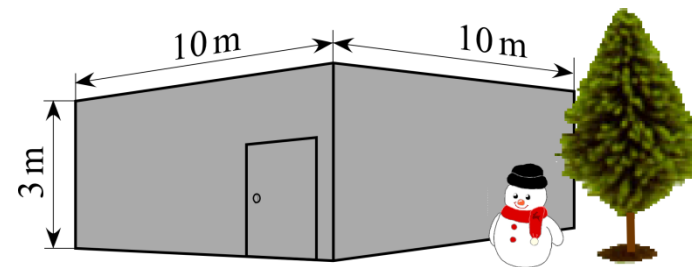
一日($60 \times 60 \times 24 = 86400\text{s}$) 当たりの熱量は、

$$Q = 880 \times 86400 = 7.603 \times 10^7 \text{ J} = 21.12 \text{ kWh}$$

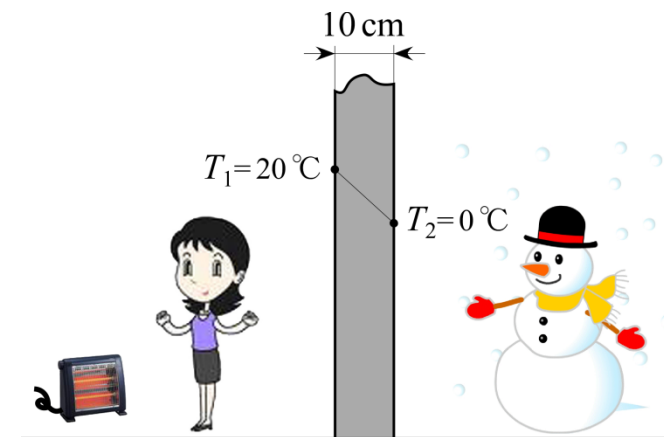
電気代は、 $21.12 \text{ kWh} \times 25 \text{ 円} = 527 \text{ 円}$

電気代は 1日約500円

コンクリート壁の電気代は 1日約3万円



家の断熱と暖房費



壁の熱伝導



Q 伝熱工学 クイズ1

面積 $2\text{m} \times 3\text{m}$ で厚さ 10cm の石灰岩コンクリート板がある。

両面の温度差が 20°C の時の伝熱量を求めよ。

同じ条件で、フォームポリスチレンの場合、伝熱量はどうなるか。

ただし教科書「演習 伝熱工学」巻末の物性値を使うこと。

ここでビデオを止めて電卓を使って計算してみましょう。



伝熱工学クイズ1 物性値表の使い方



演習伝熱工学 裏表紙

物質	T	ρ	c_p	k	α
		$\times 10^3$	$\times 10^3$		$\times 10^{-5}$
石灰岩コンクリート	293	2.400	0.90	1.2	0.057

日本機械学会

代表的物質の物性値

(日本機械学会, 伝熱工学資料, 改訂第4版, 1986, より抜粋)

物質の主要物性値

物性値	記号	単位	物性値	記号	単位
温度	T	K	プラントル数	Pr	—
圧力	p	Pa	表面張力	σ	mN/m
密度	ρ	kg/m ³	電気抵抗率	σ_e	$\Omega \cdot m$
比熱	c	J/(kg·K)	融点	T_m	K
定圧比熱	c_p	J/(kg·K)	沸点	T_b	K
粘度	μ	Pa·s	融解熱	Δh_m	J/kg
動粘度	ν	m ² /s	沸点における蒸発熱	Δh_v	J/kg
熱伝導率	k	W/(m·K)	臨界温度	T_c	K
熱拡散率	α	m ² /s	臨界圧力	p_c	Pa

固体の物性値

物質	T	ρ	c_p	k	α	p_c	備考
		$\times 10^3$	$\times 10^3$		$\times 10^{-5}$	$\times 10^{-4}$	
銀 Ag	300	10.490	0.237	427	17.4	1.61	$T_m = 1235.08$
アルミニウム Al	300	2.688	0.905	237	9.68	2.75	$T_m = 933.5$
金 Au	300	19.30	0.129	315	12.8	2.25	$T_m = 1337.6$
銅 Cu	300	8.880	0.386	398	11.7	1.55	$T_m = 1357.6$
鉄 Fe	300	7.870	0.442	80.3	2.27	9.7	$T_m = 1810$
マグネシウム Mg	300	1.737	1.02	156	8.74	4.02	$T_m = 923$
ニッケル Ni	300	8.899	0.447	90.5	2.29	7.6	$T_m = 1728$
白金 Pt	300	21.460	0.133	71.4	2.52	10.5	$T_m = 2045$
けい素 Si	300	2.330	0.713	148	8.80	1.4×10^4	$T_m = 1685$
チタン Ti	300	4.506	0.522	21.9	0.925	47	$T_m = 1953$
タングステン W	300	19.250	0.133	178	6.62	5.0	$T_m = 3660$
亜鉛 Zn	300	7.131	0.389	121	4.16		$T_m = 692.7$
ねずみ鋳鉄(3.35C-1.87Si)	300	7.320	0.503	42.8	1.16		
機械構造用炭素鋼 S35C(0.34C)	300	7.850	0.465	43.0	1.18		
オーステナイト系ステンレス鋼 SUS304(18Cr-8Ni)	300	7.920	0.499	16.0	0.407	70.6	
インコネル 600(Ni-16Cr-6Fe)	300	8.420	0.444	14.8	0.396	103	
超ジュラルミン (展伸用) A2024-T4 (Al-4.5Cu-1.5Mg-0.25Cr)	300	2.770	0.88	120	4.92	5.8	$T_m = 911$
耐食アルミニウム展伸材 A-6060 (Al-3.5Mg-0.25Cr)	300	2.660	0.900	127	5.30	5.4	$T_m = 916$
6/4 黄銅(Cu-40Zn)	300	8.390	0.375	123	3.91	6.16	$T_m = 1178$
りん青銅(Cu-5Sn-0.2P)	300	8.860	0.380	84	2.50	8.7	$T_m = 1333$
ニクロム(Ni-10Cr)	300	8.670	0.444	17.4	0.45		$T_m = 1668$
6Al-4V 合金(Ti-6Al-4V)	300	4.420	0.537	7.6	0.213	168	$T_m = 1933$
はんだ(Sn-50Pb)	300	8.890	0.21	46.5	2.49	15.6	$T_m = 489$
アルミナ セラミックス Al_2O_3	300	3.890	0.779	36.0	1.189		気孔率 2%
マグネシア セラミックス MgO	300	3.510	0.924	48.4	1.49		気孔率 2%
サファイア (単結晶) Al_2O_3	300	3.970	0.779	46	1.49		
石英ガラス	300	2.190	0.74	1.38	0.085		
ソーダガラス	300	2.520	0.80	1.03	0.047		
天然ゴム	293	0.911	1.9	0.13	0.0078		軟質
シリコンゴム	293	0.970	1.6	0.20	0.014		
アクリル樹脂	293	1.190	1.4	0.21	0.012		
ふっ素樹脂 (テフロン)	293	2.170	0.96	0.24	0.012		
ポリエチレン樹脂	300	0.920	2.3	0.34	0.016		
花崗岩	400	2.650	1.1	4.3	0.15		
石灰岩	293	1.650	0.92	0.93	0.061		
木炭	293	0.191	1.0	0.07	0.038		
石灰岩コンクリート	293	2.400	0.90	1.2	0.057		
透明氷	273	0.917	2.0	2.2	0.12		
グラスウール断熱材	330	0.016	0.87	0.051	0.37		密度によって異なる
フォームポリスチレン	300	0.0159	2.8	0.042	0.097		密度によって異なる
押出発泡ポリスチレン	300	0.0286	1.9	0.038	0.071		密度によって異なる

熱物性値表の見方



面積 $2\text{m} \times 3\text{m}$ で厚さ 10cm の石灰岩コンクリート板がある。両面の温度差が 20°C の時の伝熱量を求めよ。ただし参考書「演習 伝熱工学」巻末の物性値を使うこと。

板の面積 $A = 2 \times 3 = 6 \text{ m}^2$

答えには必ず単位を入れる

「演習伝熱工学」巻末見開き「個体の物性値」の表から石灰岩コンクリートの熱伝導率 k を用いると $k = 1.2 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$

温度勾配 $\frac{T_2 - T_1}{L} = \frac{-20}{0.1} = -200 \text{ K/m}$

熱伝導で通過する伝熱量は

$$\dot{Q} = -Ak \frac{T_2 - T_1}{L} = -6 \times 1.2 \times (-200) = 1440 \text{ W}$$



同じ条件で、フォームポリスチレンの場合、伝熱量はどうなるか。

同様に「個体の物性値」から熱伝導率は $k = 0.042 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$

熱伝導で通過する伝熱量は

$$\dot{Q} = Ak \frac{T_1 - T_2}{L} = 6 \times 0.042 \times 200 = 50.4 \text{ W}$$



ネットで熱伝導率を検索することもできる。

例えば 「フォームポリスチレン 熱伝導率」 で検索すると

発泡プラスチック断熱材	ポリエチレンフォーム	W/mK
		0.038
		0.042

と出てくるので、この値を使用することもできる。

このような不均質素材は、製造方法などで値が異なる場合がある。

ただし、熱伝導率にはいろいろな単位があるので間違えないようにする。

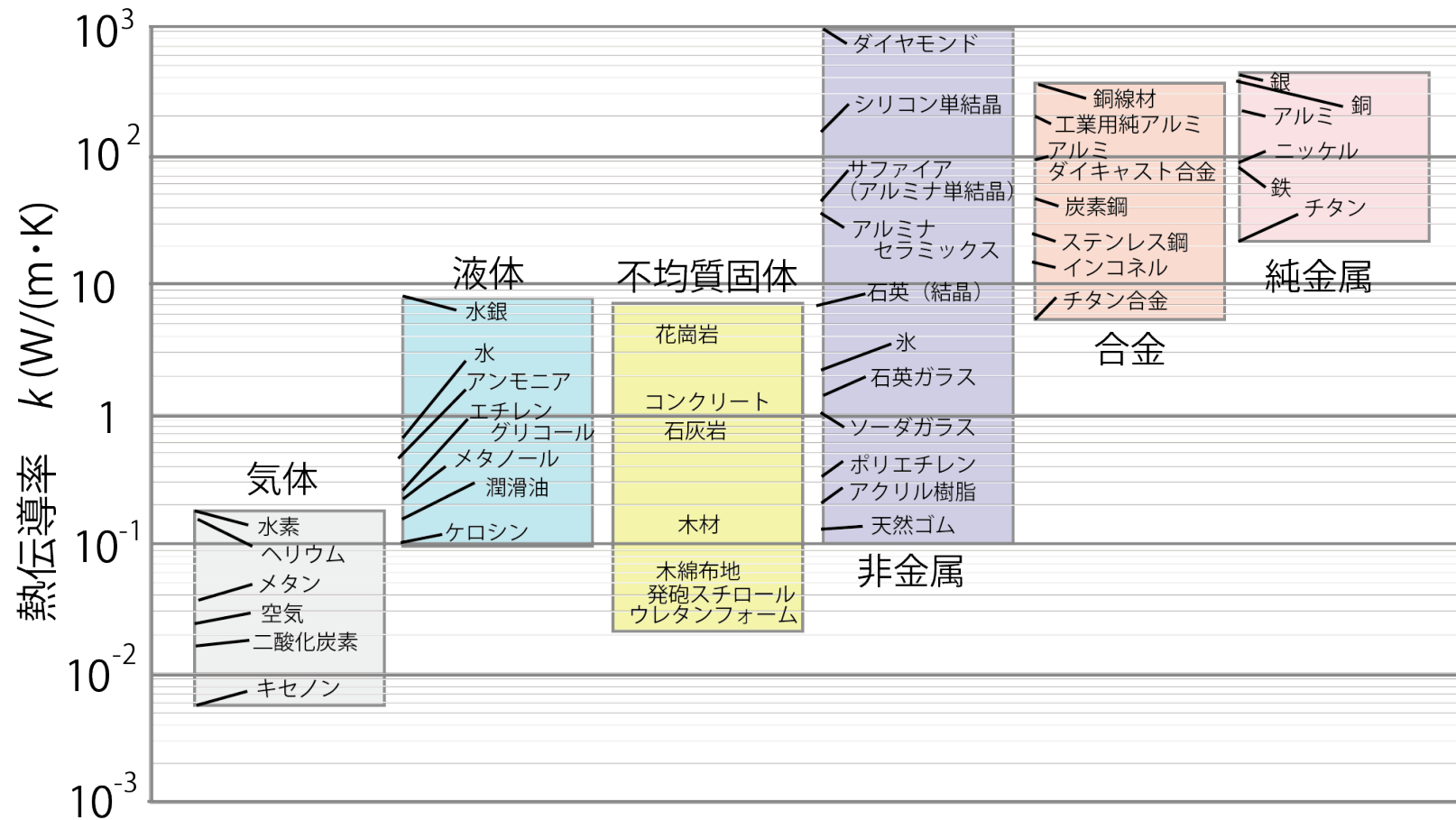
単位系	SI単位	工学単位	英国熱量単位
表示	W/(m・K)	kcal/(m・h・°C)	Btu/(ft・h・°F)
値	1	0.85985	0.577789

その他、W/(cm・K)、W/(mm・K)、 $k \times 10^{-2}$ などにも使われることがあるので注意する。



熱物性値の単位や桁数を間違えないために大まかな値を理解しておこう！

各種物質の常温近傍における熱伝導率



代表的物質の大まかな熱伝導率

物質名	熱伝導率 (W/(m·K))
空気	0.025
水	0.5
ガラス	1
銅	400
鉄	40



定常熱伝導の例題 2

【例題】

床面が縦横10mの正方形で高さ3mの壁と屋根で覆われた家を考える。
下記の条件における一日の暖房費を計算せよ。ただし、床は断熱とし、室内の暖房は電気ヒーターで行い、電気代は1kWh(3.6MJ)あたり25円とする。

前回の例題では、屋根と壁の内面と外面の温度を与えた。

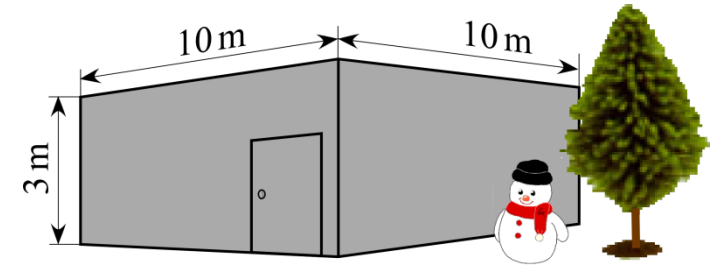
今回は、**室内と室外の気温**をそれぞれ $T_h=20^\circ\text{C}$ 、 $T_c=0^\circ\text{C}$ とする。

一般の建物や住宅では、壁は幾つかの層になっている場合が多い。

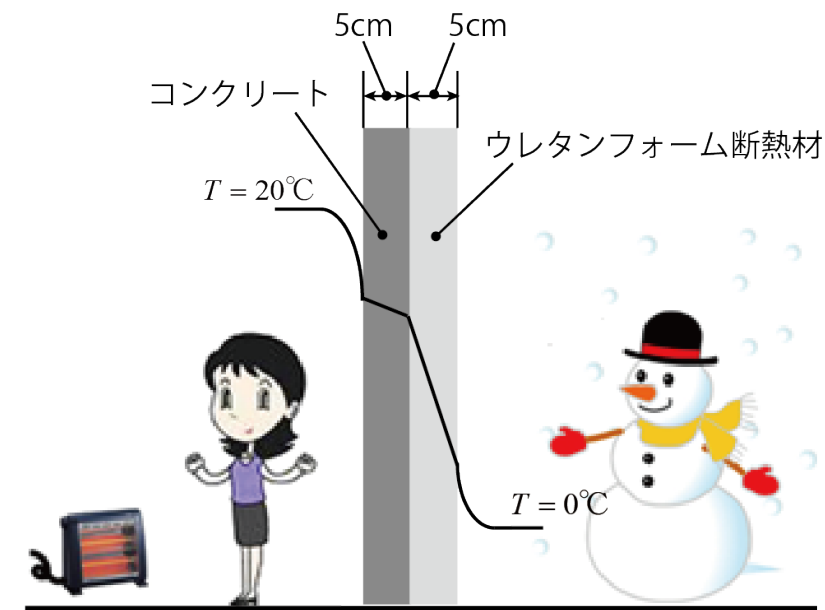
今回は、右図に示すように内側が厚さ5cm、熱伝導率 $k=1.2\text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ のコンクリート、外側が厚さ5cm、熱伝導率 $k=0.02\text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ のウレタンフォーム断熱材で構成される場合を考える。

なお、室内と室外のふく射伝熱も考慮した、総合熱伝達率は、 $h_h=10\text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ と $h_c=10\text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ とする。

この問題は、多層平板の熱伝導で計算可能だが、煩雑である。



家の断熱と暖房費



多層壁の熱伝導



定常熱伝導の汎用解析プログラムの導入

【フリーソフトの導入】

講師が開発した、定常熱伝導の汎用解析ソフトを導入する。

この画像下の説明文の「もっと見る」をクリックし、下記のアドレスのホームページを開く。

技術者と研究者に向けた伝熱工学の基礎と応用

<https://www.ifs.tohoku.ac.jp/komiya/test/test/index.html>

そのホームページにある**汎用伝熱解析ソフト**をクリックし、プログラムのZipフォルダーをダウンロードし、その中のフォルダーを自分のコンピュータにコピーする。

このフォルダーには、このレクチャーシリーズで使う、熱流動の汎用ソフトが収納されている。実際の機器開発にも使用できるソフトが多いので、大いに活用していただきたい。

フォルダーの中に**汎用[定常]熱伝導解析**が収納されている。今回は、このプログラムを使用するので、そのエクセルファイルを開ける。

他の汎用プログラムについては、この後のレクチャーシリーズで使い方を順次説明する。



汎用[定常]熱伝導解析 表紙

TDMAを用いた対称平板、円柱、球、両面平板、円管、球殻の定常熱伝導厳密解析プログラム Ver.2.0 圓山重直作成

2023.08.04 圓山重直作成

2025.06.04改定

領域分割数N=5, 解析法の詳細や例題は、日本機械学会論文集 Vol. 89, No.928, (2023), Excelに対応した3重対角行列アルゴリズム(TDMA)を用いた多層媒体の汎用1次元定常熱伝導の厳密解(対称平板, 中実円柱, 球, 両面平板, 円管, 球殻解析の工学応用)を参照

使い方と注意: 赤字のセルに数値入力またはプルダウンしてください。物体各部の温度変化と物体内の温度分布が計算されます。本プログラムの使用によって発生した直接的・間接的責任は負いませんのでご了承ください。

TDMA(3重対角行列アルゴリズム)を使用して、多層媒体で構成される、対称平板, 中実円柱, 球, 両面平板, 中空円筒, 球殻の6形状について、3種類の境界条件と単位体積当たりの発熱量を任意に与えた定常熱伝導の厳密解を与えるExcelプログラムを提示した。さらに、5層の媒体で構成される1次元形状について、計算プログラムを作成した。

解析形状

両面

領域分割数は5で固定

対称平板, 中実円柱, 球の場合は自動的に中心で断熱条件となる

両面平板

解析形状(Pull Down)

5層の層厚さ合計

領域分割数 N

内側境界条件

第?種境界条件(Pull Down)

壁面温度(°C)

壁面熱流束(W/m2)

熱伝達率(W/(m2K))

外部流体温度(°C)

外側境界条件

第?種境界条件(Pull Down)

壁面温度(°C)

壁面熱流束(W/m2)

熱伝達率(W/(m2K))

外部流体温度(°C)

赤字の部分だけ数値を入れる。その他は入力不可

赤字のデータを入力

両面平板

形状パラメータ

対称パラメータ

内側境界

熱伝達率一定

壁面温度 T i (°C, K)

外側境界

熱伝達率一定

壁面温度 T 6 (°C, K)

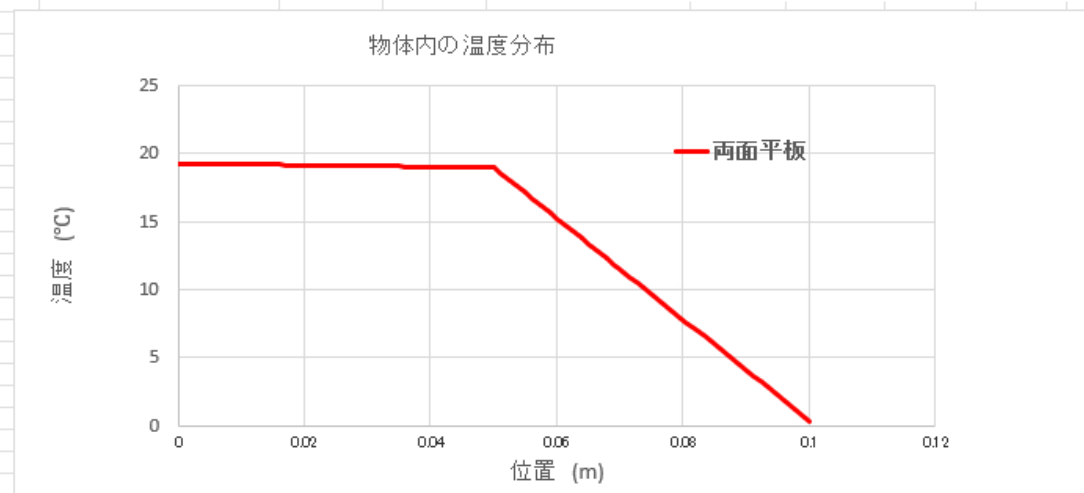
壁面熱流束 q 6 (W/m^2)

境界条件に対応した値を入力する

エネルギー収支

領域番号	1	2	3	4	5
領域厚さ Δx_i (m)	0.03	0.0006	0.0006	0.0006	0.03
熱伝達率 k_i (W/mK)	1.03	0.025	0.025	0.025	1.03
発熱量 $q_{v,i}$ (W/m^3)	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

接点番号	1	2	3	4	5	6
位置 x_i (m)	0	0.03	0.0306	0.0312	0.0318	0.0618
接点温度 T_{ij} (°C, K)	19.256966	19.133127	19.00929	18.94737	11.51703	0.371517



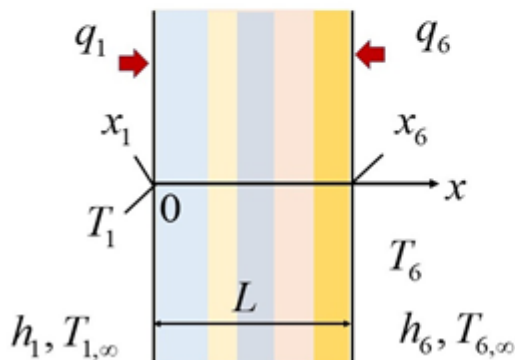


汎用[定常]熱伝導解析 データ入力

解析形状

両面平板

両面平板



解析形状(Pull Down)

x_1
 x_6
領域分割数 N

赤字のデータを入力

両面平板

0
0.1
5

内側境界条件

第 ? 種境界条件(Pull Down)

壁面温度(°C)
壁面熱流束(W/m²)
熱伝達率(W/(m²K))
外部流体温度(°C)

3
0
0
10
20

外側境界条件

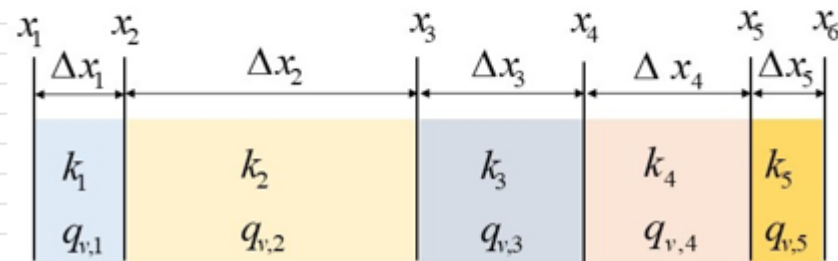
第 ? 種境界条件(Pull Down)

壁面温度(°C)
壁面熱流束(W/m²)
熱伝達率(W/(m²K))
外部流体温度(°C)

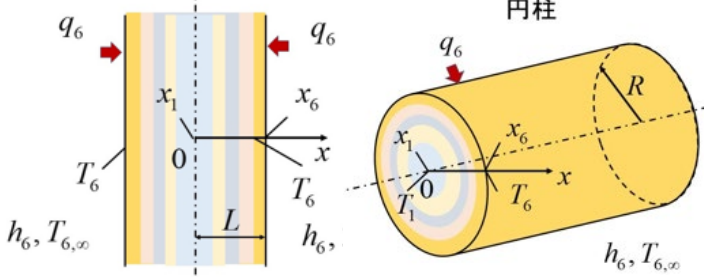
3
0
0
10
0

領域番号	1	2	3	4	5
領域厚さ Δx_i (m)	0.02	0.02	0.01	0.02	0.03
熱伝導率 k_i (W/mK)	1.2	1.2	1.2	0.02	0.02
発熱量 $q_{v,i}$ (W/m ³)	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

接点番号	1	2	3	4	5	6
位置 x_j (m)	0	0.02	0.04	0.05	0.07	0.1
接点温度 T_j (°C, K)	19.25697	19.133127	19.00929	18.94737	11.51703	0.371517

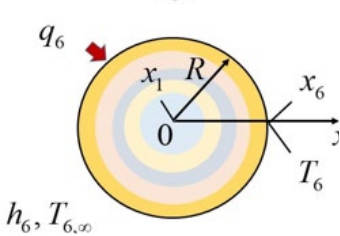


対称平板

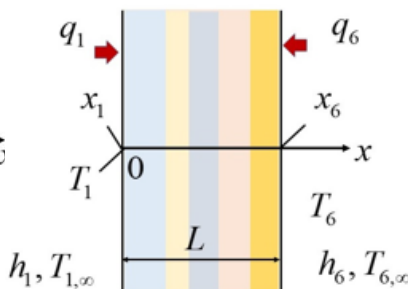


円柱

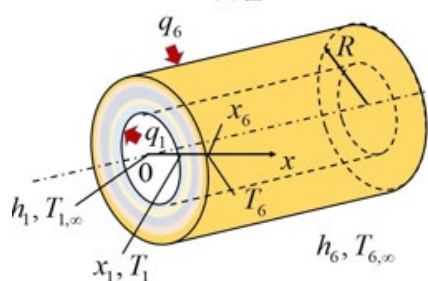
球



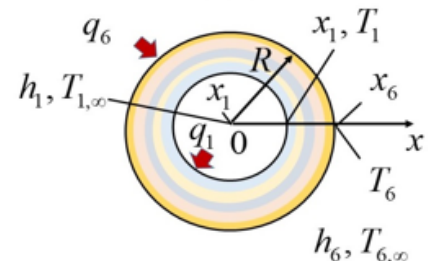
両面平板



円管



球殻





汎用[定常]熱伝導解析 解析結果

内側境界

熱伝達率一定

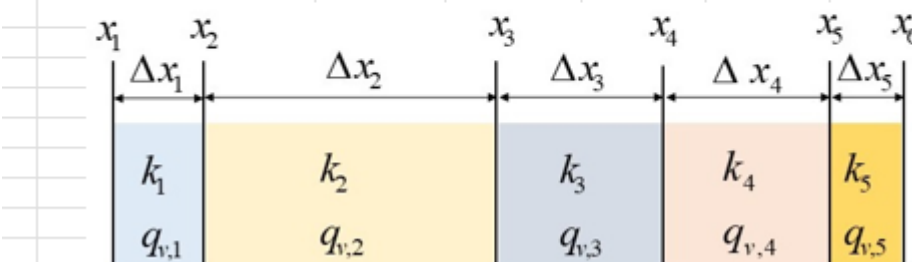
壁面温度 T_1 (°C, K)	19.270517
壁面熱流束 q_1 (W/m ²)	-7.2948328
熱伝達率 h_1 (W/(m ² K))	10
外部流体温度 $T_{1,\infty}$ (°C, K)	20

外側境界

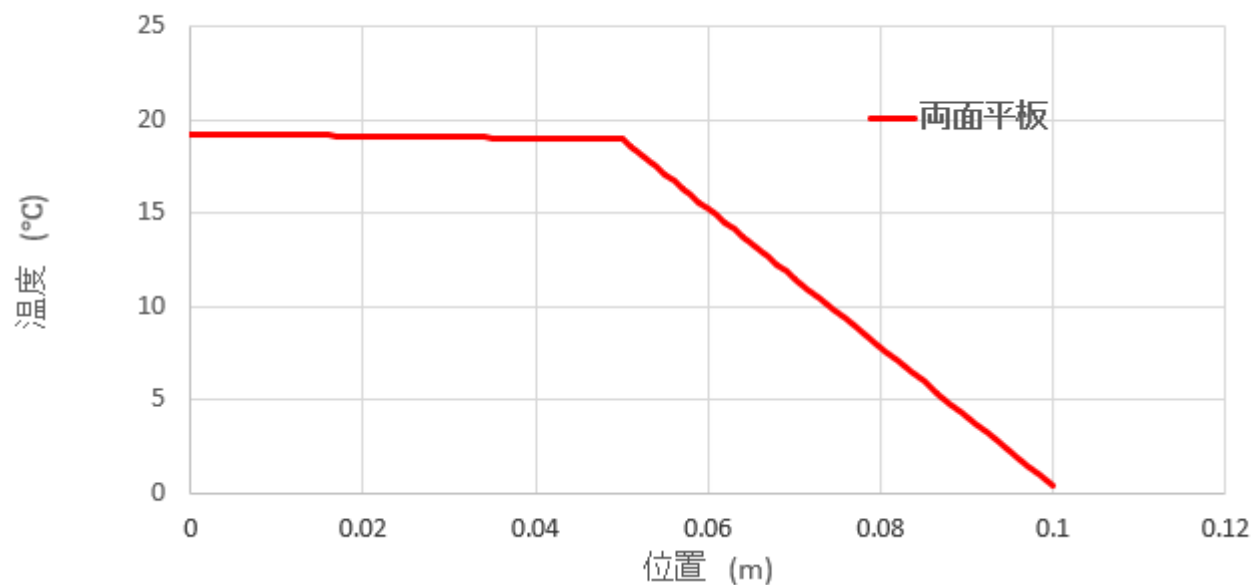
熱伝達率一定

壁面温度 T_6 (°C, K)	0.7294833
壁面熱流束 q_6 (W/m ²)	-7.294833
熱伝達率 h_6 (W/(m ² K))	10
外部流体温度 $T_{6,\infty}$ (°C, K)	0

接点番号	1	2	3	4	5	6
位置 x_j (m)	0	0.02	0.04	0.05	0.07	0.1
接点温度 T_j (°C, K)	19.27052	19.148936	19.02736	18.96657	11.67173	0.729483

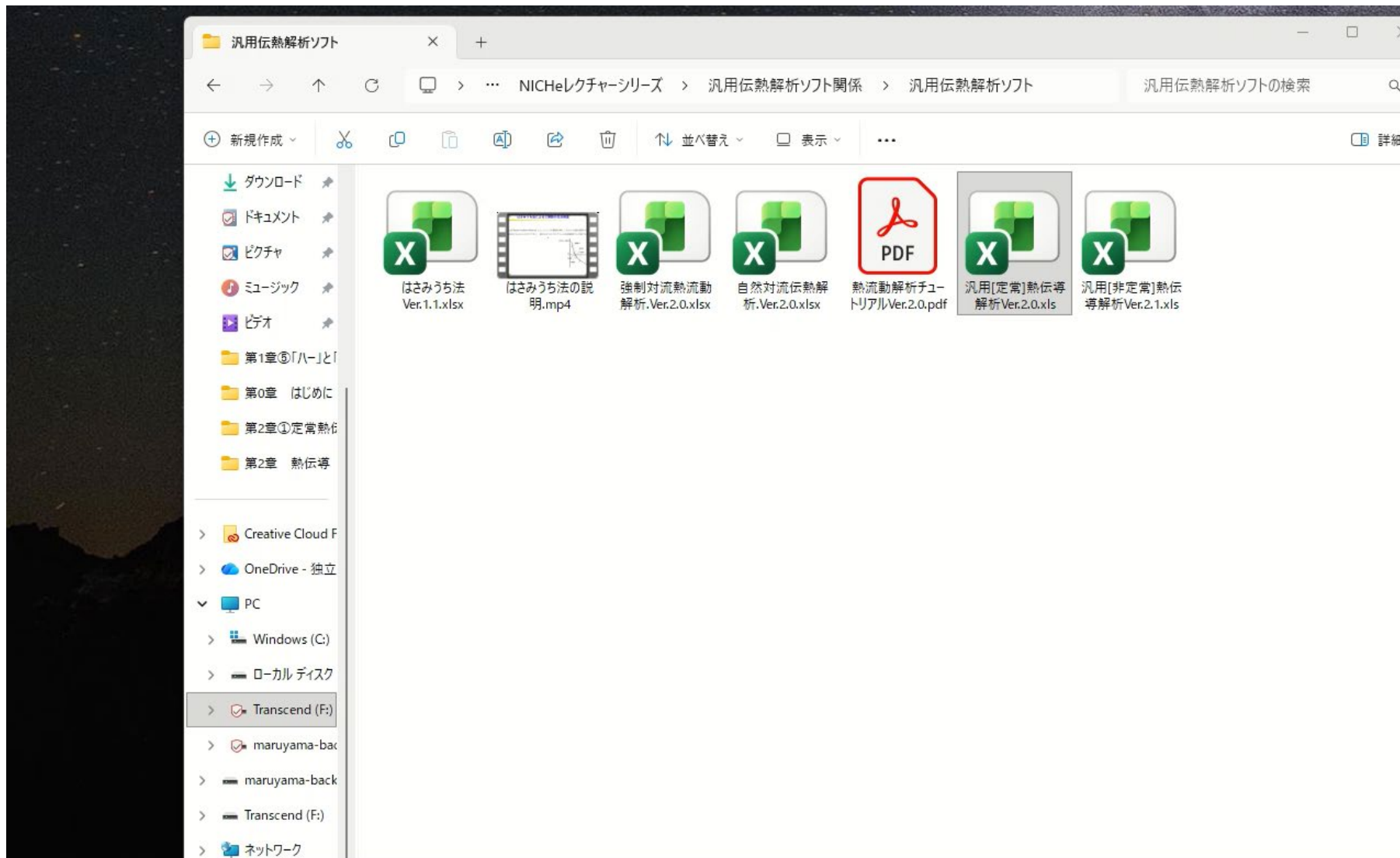


物体内の温度分布





汎用Excelプログラムの使用例



圓山, Excel に対応した3重対角行列アルゴリズム (TDMA) を用いた多層媒体の汎用1次元定常熱伝導の厳密解 (対称平板, 中実円柱, 球, 両面平板, 円管, 球殻解析の工学応用), 日本機械学会論文集 Vol. 89, No.928, (2023).



定常熱伝導の例題2の解答

【解答】

壁と屋根の表面積は、 $A = 10 \times 10 + 4 \times 10 \times 3 = 220 \text{ m}^2$

ソフットの解析結果より、壁面を通過する熱流束は、 $q = 7.29 \text{ W/m}^2$

伝熱量は、 $\dot{Q} = Aq = 1.60 \times 10^3 \text{ W}$

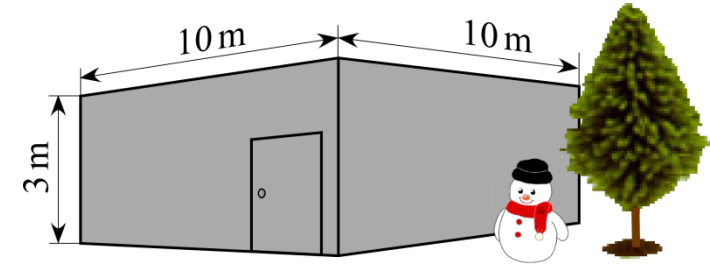
一日($60 \times 60 \times 24 = 86400 \text{ s}$) 当たりの放熱量は、

$$Q = 1.63 \times 10^3 \times 86400 = 1.38 \times 10^8 \text{ J} = 38.3 \text{ kWh}$$

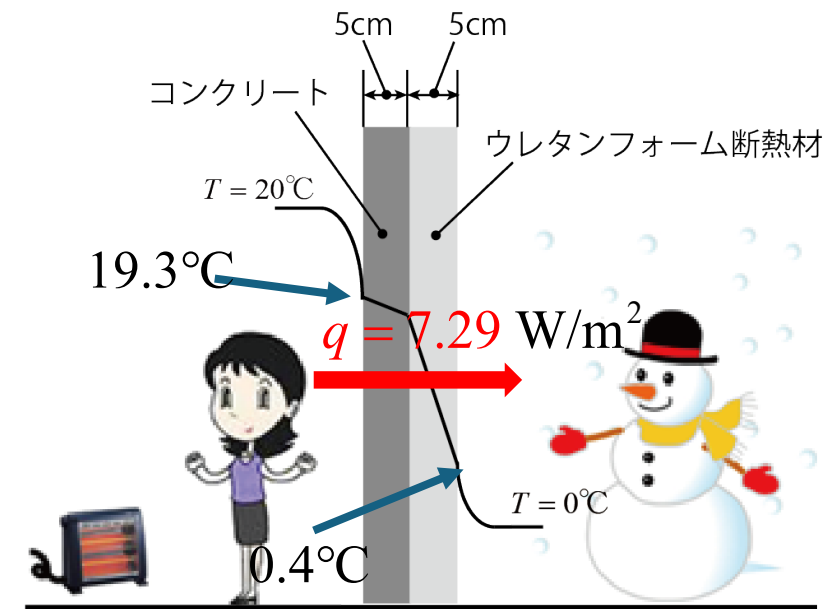
電気代は、 $39.1 \text{ kWh} \times 25 \text{ 円} = 957 \text{ 円}$

電気代は 1日約千円

解析結果より、室内外の壁の表面温度は、 19.3°C 、 0.4°C となり空気温度とあまり大きな差はない。



家の断熱と暖房費



多層壁の熱伝導



次回予告

第2章 熱伝導（伝導伝熱）④

- 2-1. 定常熱伝導と物質の熱伝導率
- 2-2. 多層媒体の定常熱伝導
- 2-3. 定常熱伝導の例題と演習問題
- 2-4. 熱伝導方程式と境界条件**
- 2-5. 非定常熱伝導
- 2-6. 非定常熱伝導の例題と演習問題
- 2-7. ニュートンの冷却法則

技術者と研究者に向けた伝熱工学の基礎と応用



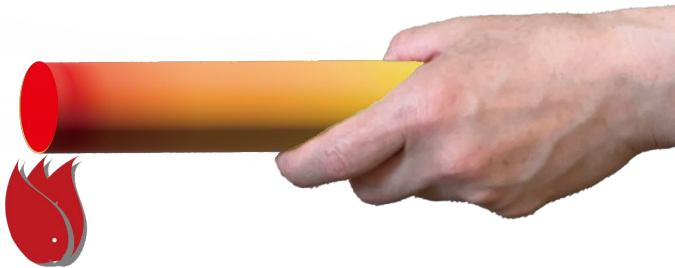
「もっと見る」欄に記載の今回の[要約](#)とホームページの[pdf資料](#)で理解を深めることができる。



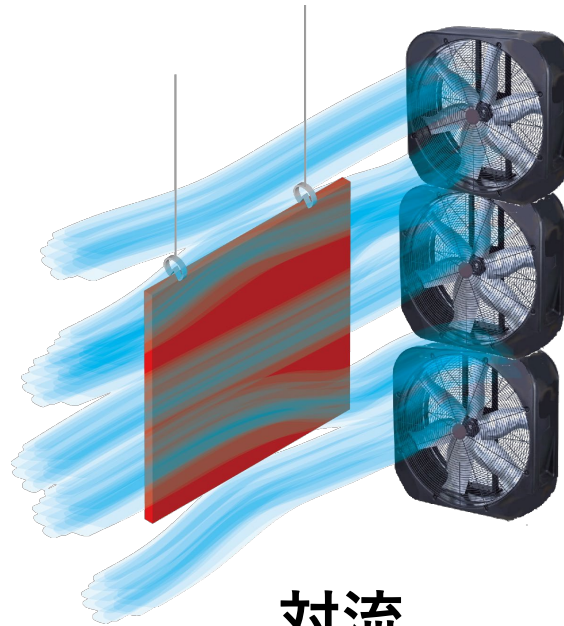
東北大学未来科学技術共同研究センター レクチャーシリーズ

— 熱プロセスを習得したい人のための入門と実践的応用 —

伝熱現象



熱伝導



対流



熱ふく射

講師 圓山重直

東北大学未来科学技術センター シニアリサーチ・フェロー
東北大学名誉教授・八戸高専名誉教授