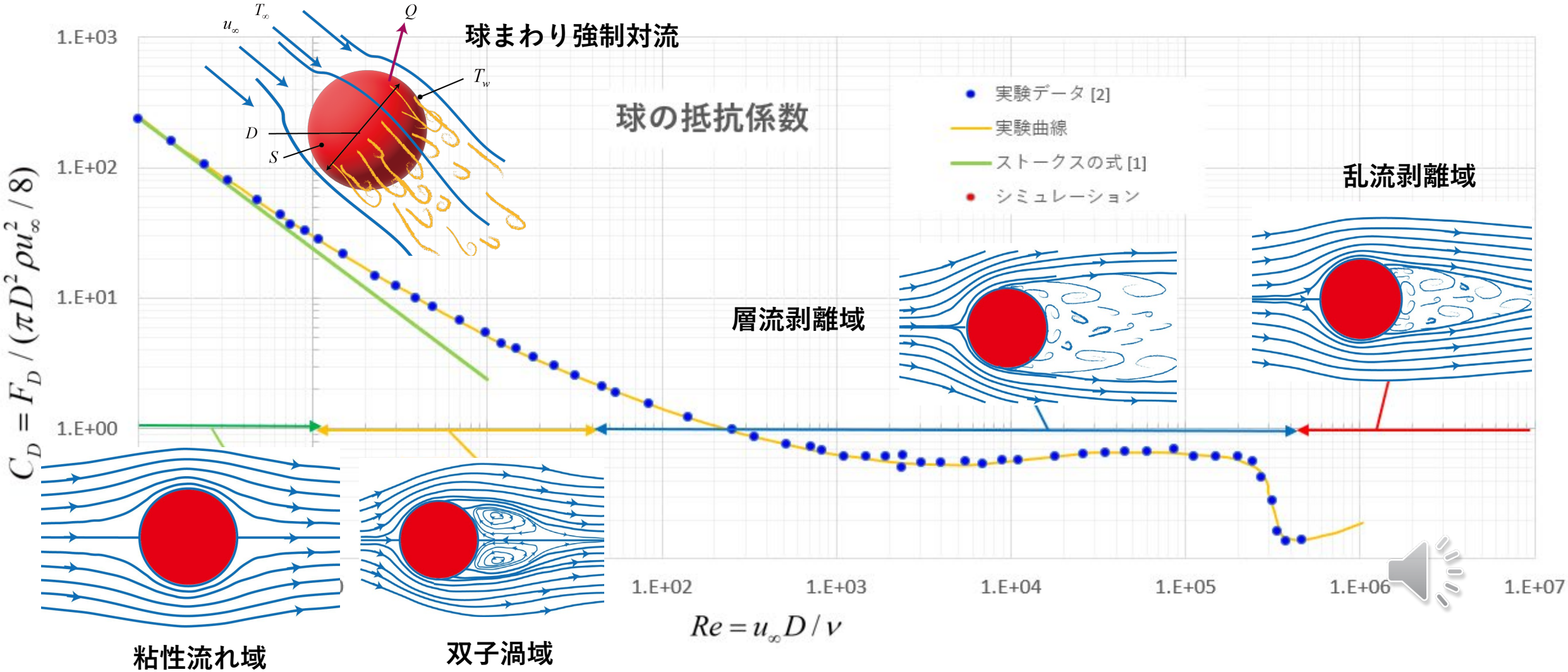
第3章　対流熱伝達　④　3-4.　熱流動の無次元表記

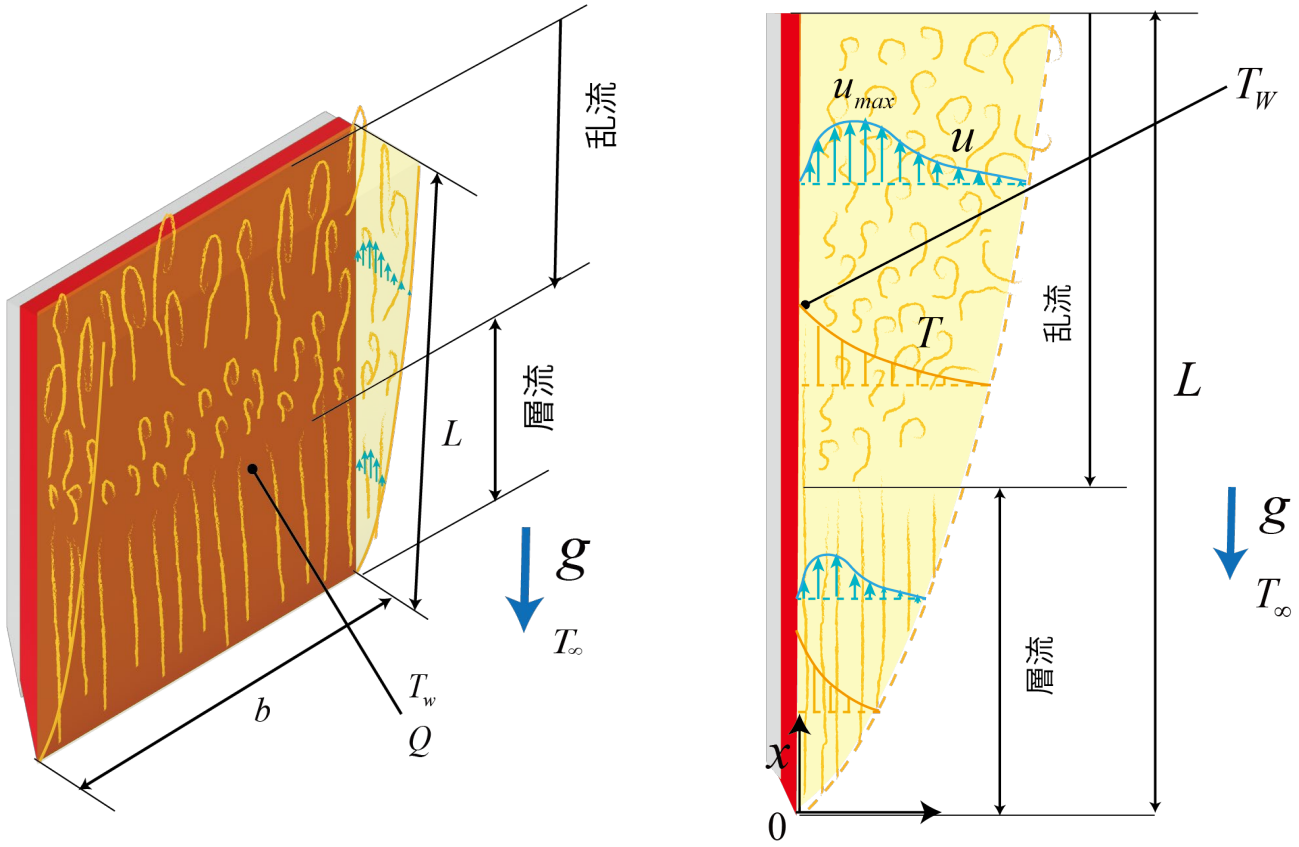


技術者と研究者に向けた伝熱工学の基礎と応用

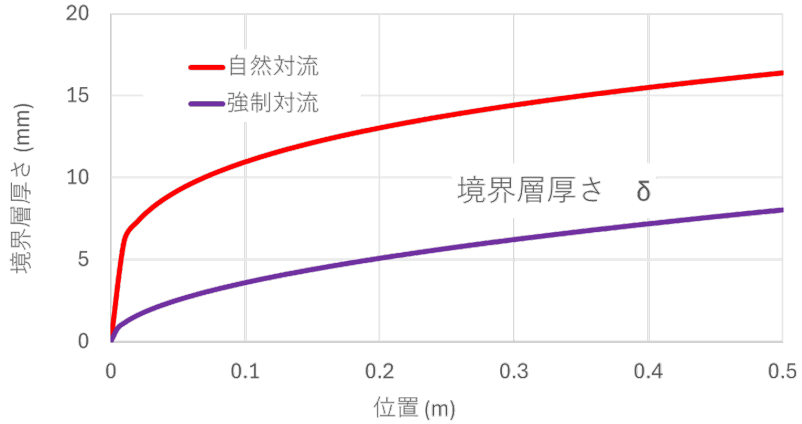
前回の内容

第3章　対流熱伝達　③

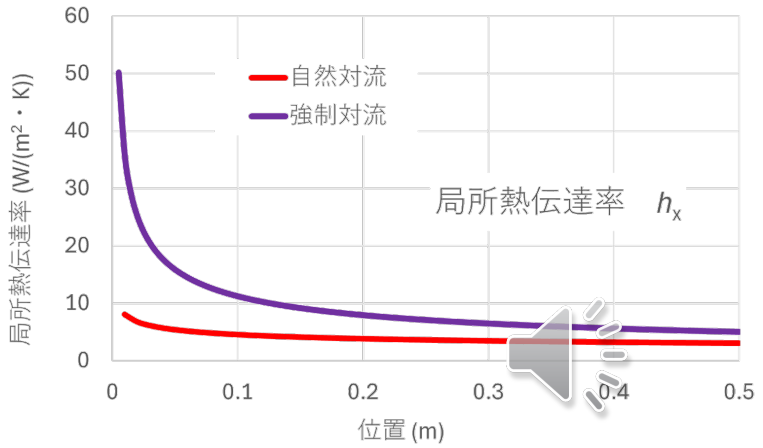
3-3.　自然対流熱伝達の様相



鉛直平板周りの自然対流熱伝達と流動



境界層厚さの比較



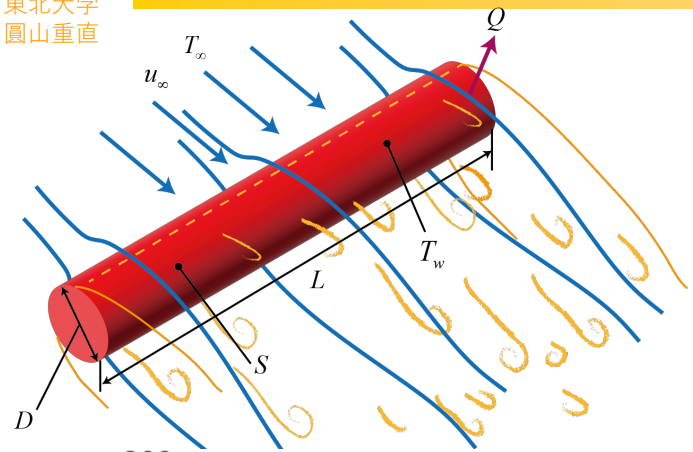
局所熱伝達率の比較

第3章　対流熱伝達

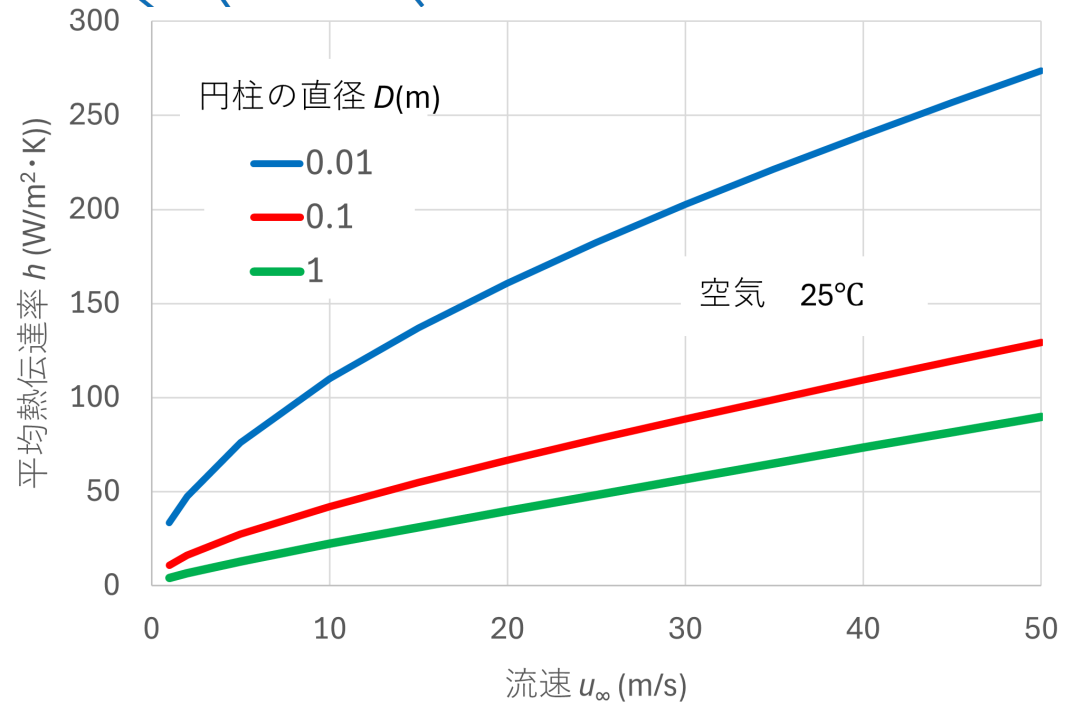
3-1.　対流熱伝達の概要
3-2.　強制対流熱伝達と流動の様相
3-3.　自然対流熱伝達の様相
3-4.　熱流動の無次元表記
3-5.　強制対流の流動と伝熱の定式化
3-6.　自然対流熱伝達の定式化
3-7.　解析ソフトを使った伝熱計算



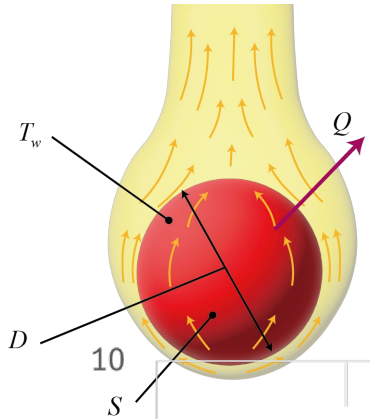
各種対流熱伝達率の変化



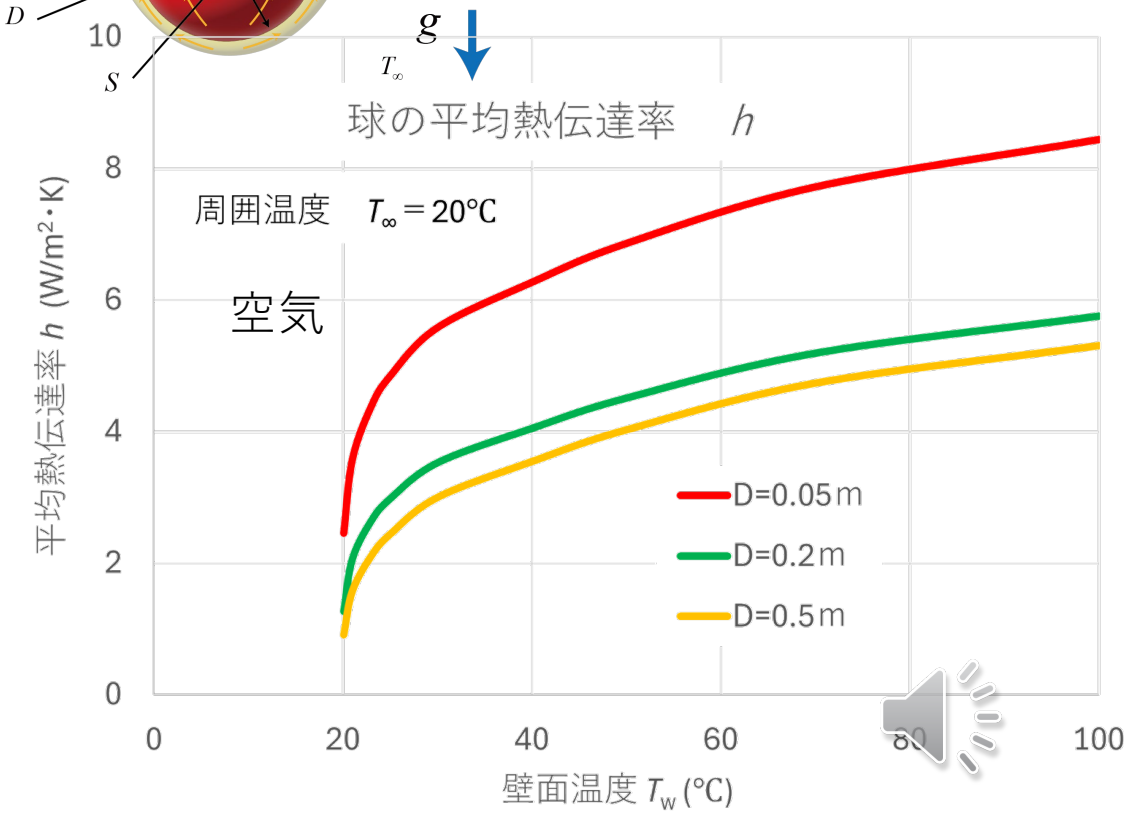
円柱周りの強制対流熱伝達と流動



各種直径の円柱周りの平均熱伝達率の流速による変化

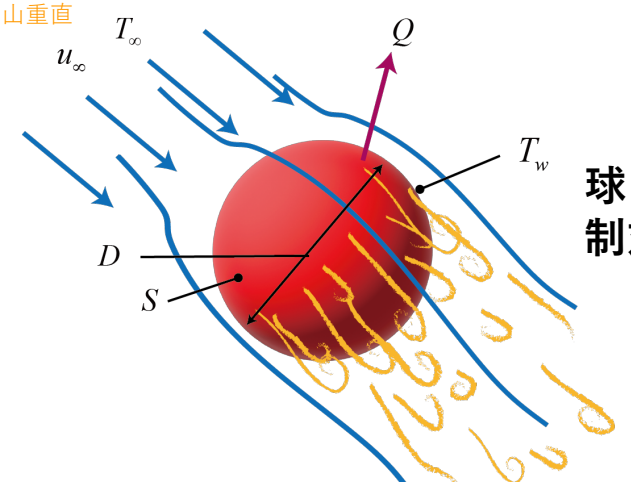


球周りの自然対流熱伝達と流動

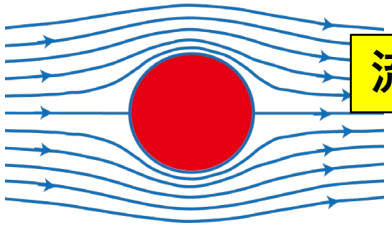


各種直径の球の平均熱伝達率の変化

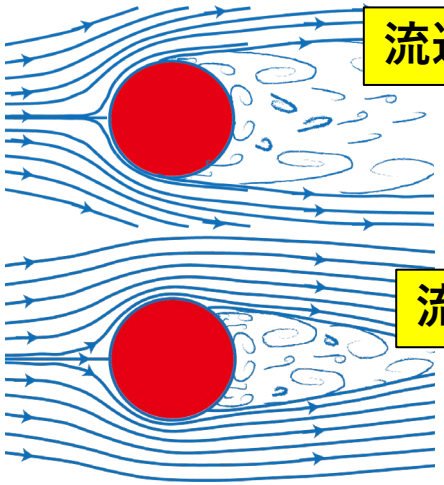
各種条件における流動場の変化



球まわり強制対流

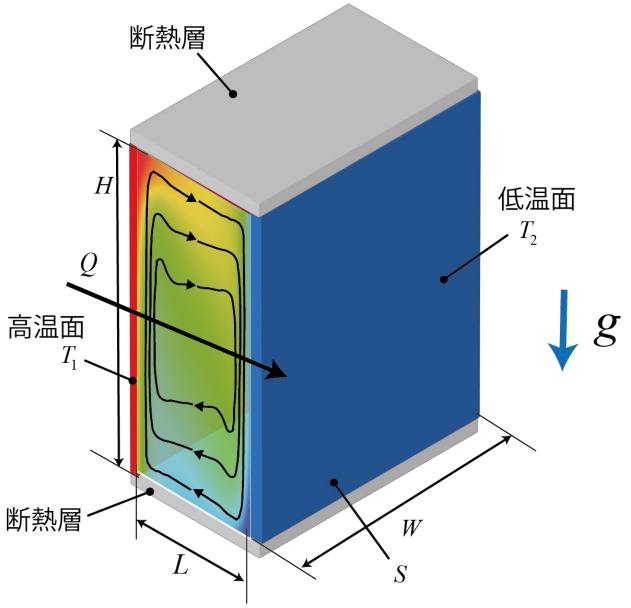


流速×直径　小



流速×直径　中

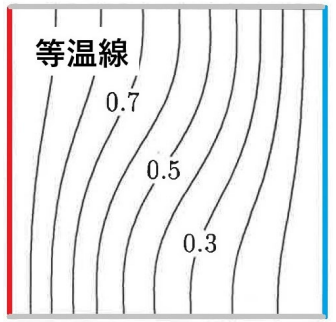
流速×直径　大



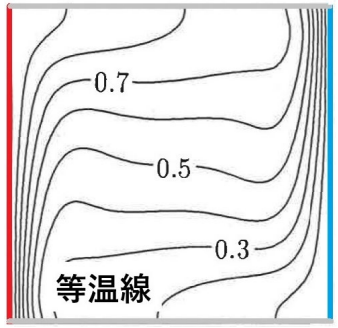
鉛直矩形空間内の自然対流熱伝達と流動

正方形空間内の温度分布

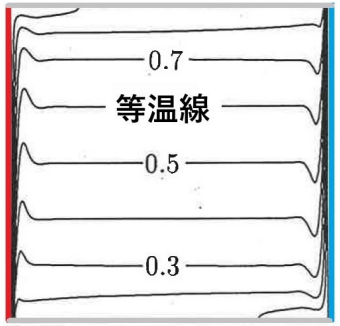
L　小



L　中



L　大

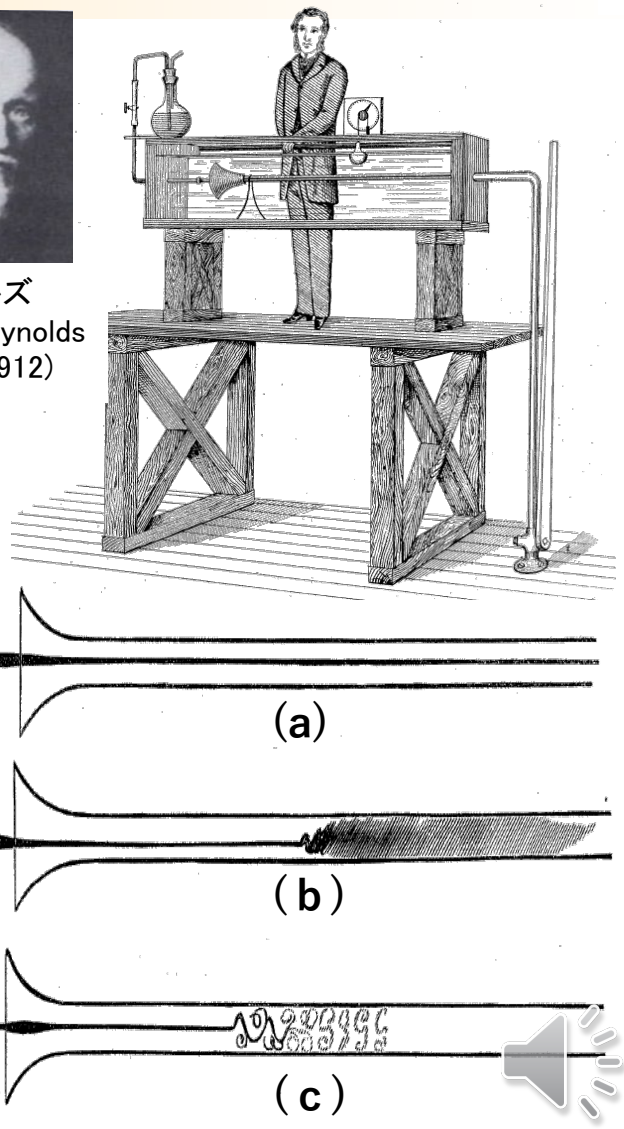


レイノルズの実験と乱流への遷移

レイノルズ(Osborne Reynolds) は、右図の実験において、
管内流れが層流となるか乱流となるかは下記のパラメータ
（レイノルズ数）によって決まることを明らかにした。



レイノルズ
Osborne Reynolds
(1842～1912)



レイノルズの実験
Reynolds, O., Philosophical Transactions of the Royal Society of London, (1883).

レイノルズ数(Reynolds number)

$$Re = \frac{UL\rho}{\eta} = \frac{UL}{\nu} \quad (1)$$

U：流体の代表速度、L：　物体の代表長さ、
ρ：　流体の密度、η：流体の粘度、ν：流体の動粘度

レイノルズ数Reが臨界レイノルズ数を超えない場合、
流れは層流となる。

円管の場合、管内の平均速度u_Bと管直径Dを代表長さとした臨界レイノルズ数は

$$Re_{D\,cr} = \frac{u_B D}{\nu} \cong 2300 \quad (2)$$

である。

流動を表す無次元数の導出

物体にかかる抗力をFとすると、流体力に係る無次元量は、流体の動圧$\rho U^2/2$と面積Aを用いて抵抗係数または抗力係数C_Dとして次式で表される。

$$C_D = \frac{F}{A\frac{1}{2}\rho U^2} \qquad (3)$$

長さLの管路の圧損Δpは、動圧$\rho U^2/2$と管直径Dを用いた無次元の圧力損失係数λとして次式で無次元化される。

$$\lambda = \frac{\Delta pL}{D\frac{1}{2}\rho U^2} \qquad (4)$$

流体の無次元量C_Dとλは、レイノルズ数Reの関数として、次式で表されることになる。

$$C_D \text{ or } \lambda = f(Re) \qquad (5)$$

強制対流熱伝達の無次元数導出

物体と流体との間の熱伝達率は、関係する幾つかの物理量の組み合わせからなる関数によって表現することができる。

速度uの一様流中に置かれた物体の強制対流熱伝達の次元解析によれば、熱伝達率hは下記の関係で表すことができる。

$$\left(\frac{hL}{k}\right) = f\left\{\left(\frac{uL}{\eta/\rho}\right),\ \left(\frac{c_p\mu}{k}\right)\right\} \qquad (6)$$

ここで、h:熱伝達率、u:流れの体表速度、L:流れ場の代表寸法、η:流体の粘度、ρ:密度、$c_{p:}$比熱、k:熱伝導率

ヌセルト数 $$Nu = \frac{hL}{k} \qquad (7)$$

レイノルズ数 $$Re = \frac{uL}{\mu/\rho} = \frac{uL}{\nu} \qquad (8)$$

プラントル数 $$Pr = \frac{c_p\mu}{k} = \frac{\nu}{\alpha} \qquad (9)$$

の無次元数を導入すると、式(6)は式(10)となる。

$$Nu = f(Re, Pr) \qquad (10)$$

つまり、熱伝達率は、ヌセルト数、レイノルズ数、プラントル数の関数で表される。

次元解析については、JSMEテキストシリーズ　伝熱工学216頁参照

自然対流熱伝達の無次元数導出

自然対流熱伝達の関係する物理量は、強制対流の物理量に代わり単位体積当たりの流体に働く浮力b (N/m^3) が関係する。

次元解析を行うと、式(11)の関係式が得られる。

$$\left(\frac{hL}{k}\right)=f\left\{\left(\frac{bL^3\rho}{\mu^2}\right),\quad\left(\frac{c_p\mu}{k}\right)\right\} \tag{11}$$

体膨張率βを式(2)で定義する。

$$\beta\equiv\frac{\mathrm{d}\rho}{\rho\mathrm{d}T}=\frac{\rho_W-\rho_\infty}{\rho(T_W-T_\infty)} \tag{12}$$

浮力をbは、重力加速度を gとすると、

$$b=g\beta\rho(T_W-T_\infty) \tag{13}$$

式(11)右辺関数中の第1のパラメータは下記に定義する、グラスホフ数とよばれる無次元数となる。

$$Gr\equiv\frac{bL^3\rho}{\mu^2}=\frac{g\beta(T_w-T_\infty)L^3}{\nu^2} \tag{14}$$

式(11)は、ヌセルト数 Nu、グラスホフ数 Gr、プラントル数 Prの式として、式(15)で表される。

$$Nu=f(Gr,Pr) \tag{15}$$

レイリー数$Ra=PrGr$を用いると、式(15)は式(16)となる。

$$Nu=f(Ra,Pr) \tag{16}$$

無次元数とその意義

熱伝達率や流体抵抗の関係は、無次元数で表されているので、流れの状態が規定されると、その大きさ、流体の種類によらず一つの関係式で熱伝達率や流体抵抗が規定できる。

無次元数を用いた経験式や理論式を用いることによって幅広い範囲の熱流動現象を記述・推定できることになる。

これらの無次元数は、功績があった科学者の名前で呼ばれることが多い。



フーリエ
Jean Baptiste Joseph Fourier
(1768～1830)



ビオ
Jean Baptiste Biot
(1774～1862)



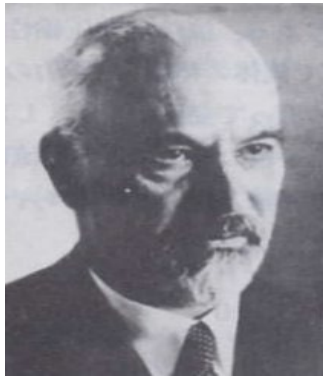
グラスホフ
Franz Grashof
(1826～1893)



レイノルズ
Osborne Reynolds
(1842～1912)



レイリー
Lord Rayleigh
(1842～1919)



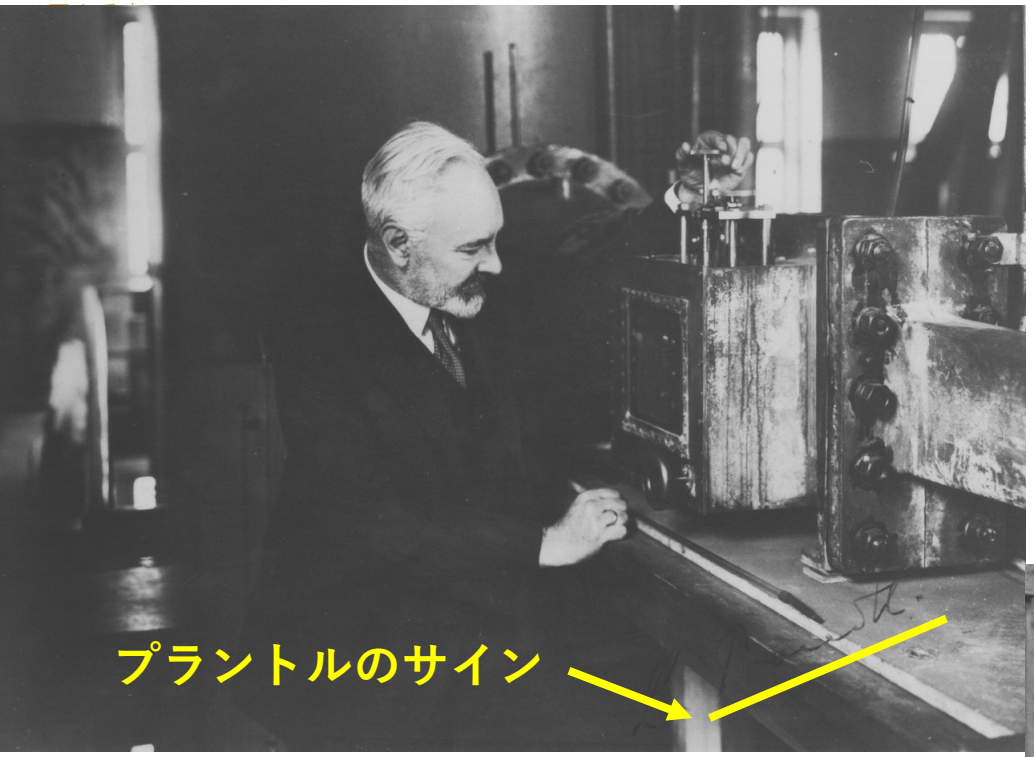
プラントル
Ludwig Prandtl
(1875～1953)



ヌセルト
Wilhelm Nusselt
(1882～1957)

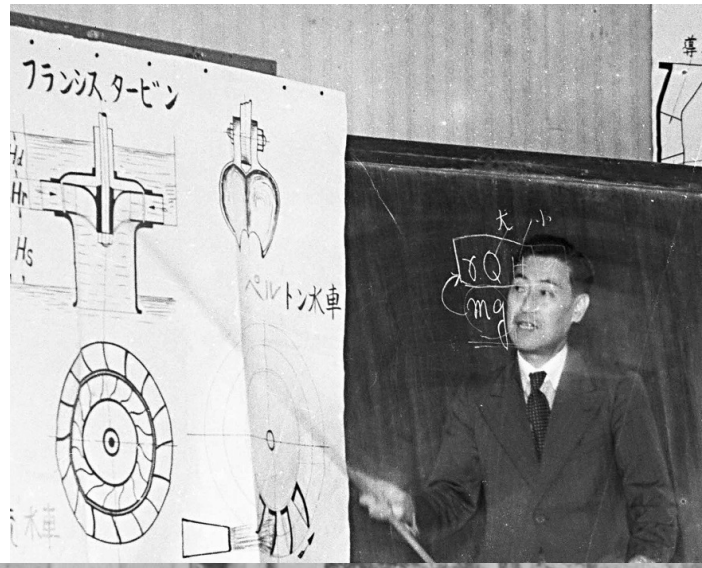
無次元数に名を残す先賢

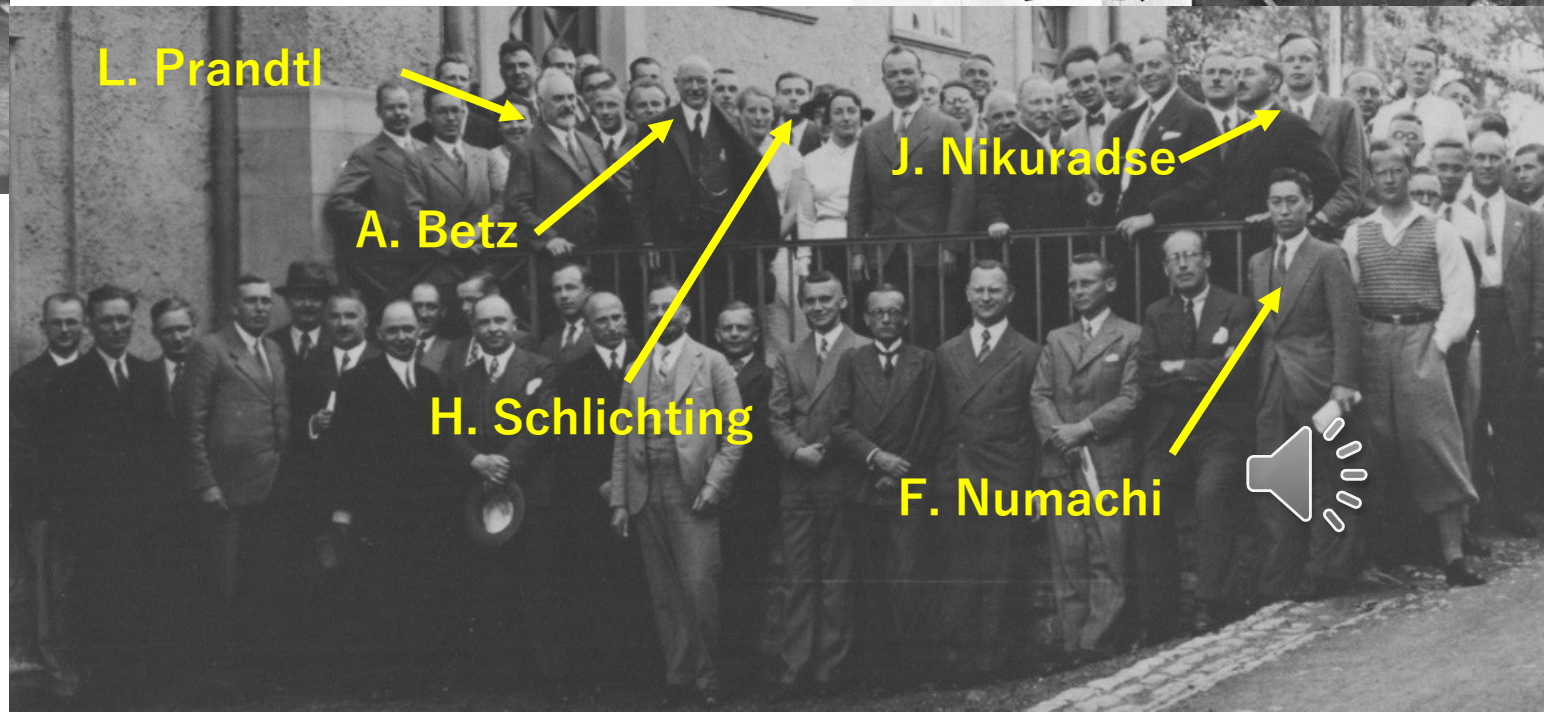
Prandtlと沼知福三郎



沼知福三郎(1898-1982)
東北大学教授、高速力学研究所（現流体科学研究所）初代所長　右写真は1950年の学士院賞記念講演時
みんなの熱科学（2016より引用）

沼知は1931年～1934年に主にドイツに留学し、ゲッチンゲン大学のL.プラントルに師事した





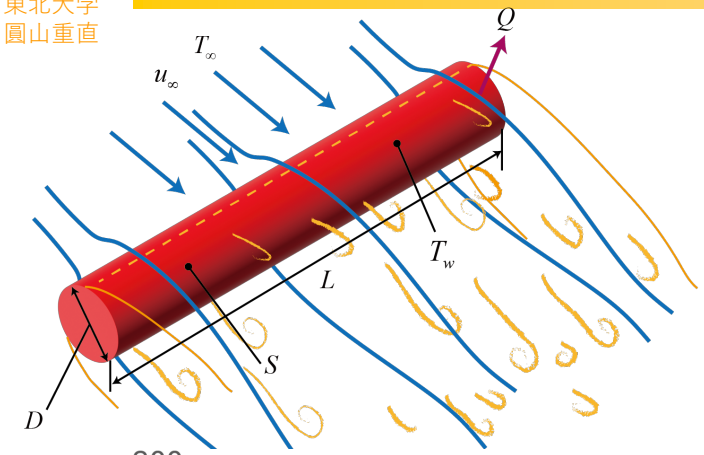
L. プラントル(1875-1953)
Ludwig Prandtlは、ドイツの物理学者で境界層理論や揚力線理論など流体力学の基礎を作った。
上と右の写真は、神山新一東北大学名誉教授のご厚意による

種々の無次元数

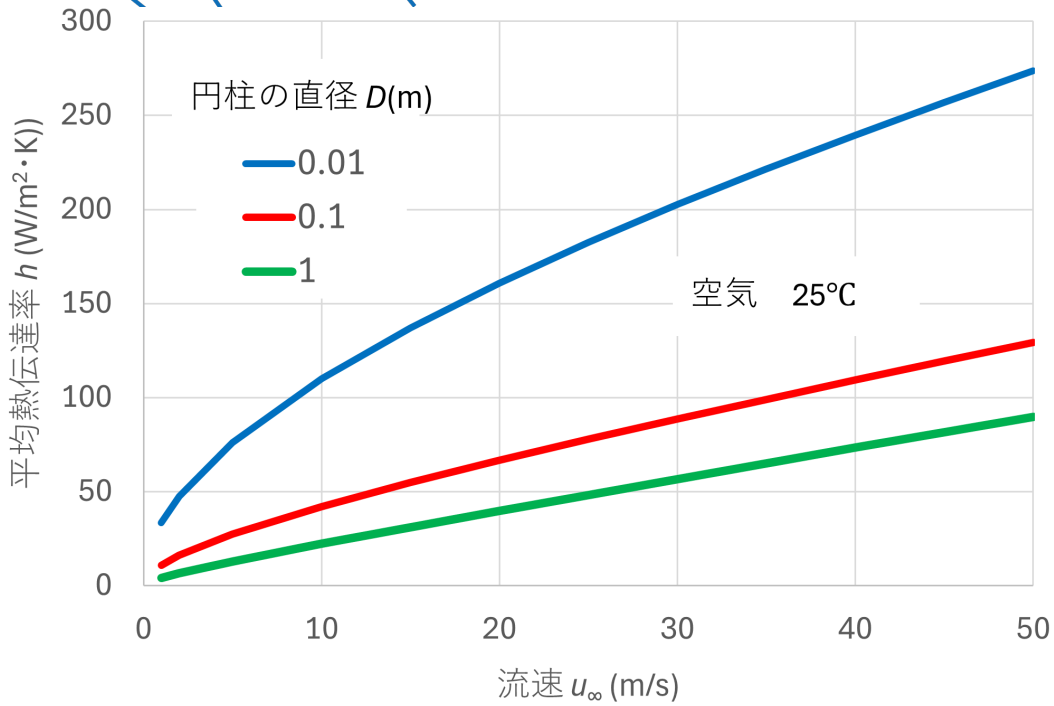
名称	定義	意味
熱伝導		
フーリエ数: Fo	$\alpha t/L^2$	無次元時間
ビオ数: Bo	hL/k_s	固体内熱伝導に対する表面熱伝達の割合
流動		
レイノルズ数: Re	UL/ν	粘性力に対する慣性力の割合
抗力係数: C_D	$F/(A\rho U^2/2)$	慣性力に対する抵抗力の割合
圧力損失係数: λ	$\Delta pL/(D\rho U^2/2)$	動圧に対する圧力損失の割合
強制対流熱伝達		
ヌセルト数: Nu	hL/λ	流体の熱伝導に対する対流熱伝達の割合
プラントル数: Pr	ν/α	温度拡散に対する粘性拡散の割合
自然対流熱伝達		
グラスホフ数: Gr	$\beta g\Delta TL^3/\nu^2$	粘性力に対する浮力の割合
レイリー数: Ra	$Pr\cdot Gr$	自然対流熱伝達のパラメータ

記号	名称
A	面積
F	力
g	重力加速度
h	熱伝達率
k	熱伝導率
L	長さ
t	時間
U	速度
α	熱拡散率
β	体膨張係数
Δp	圧力差
ΔT	温度差
λ	管摩擦係数
ν	動粘度

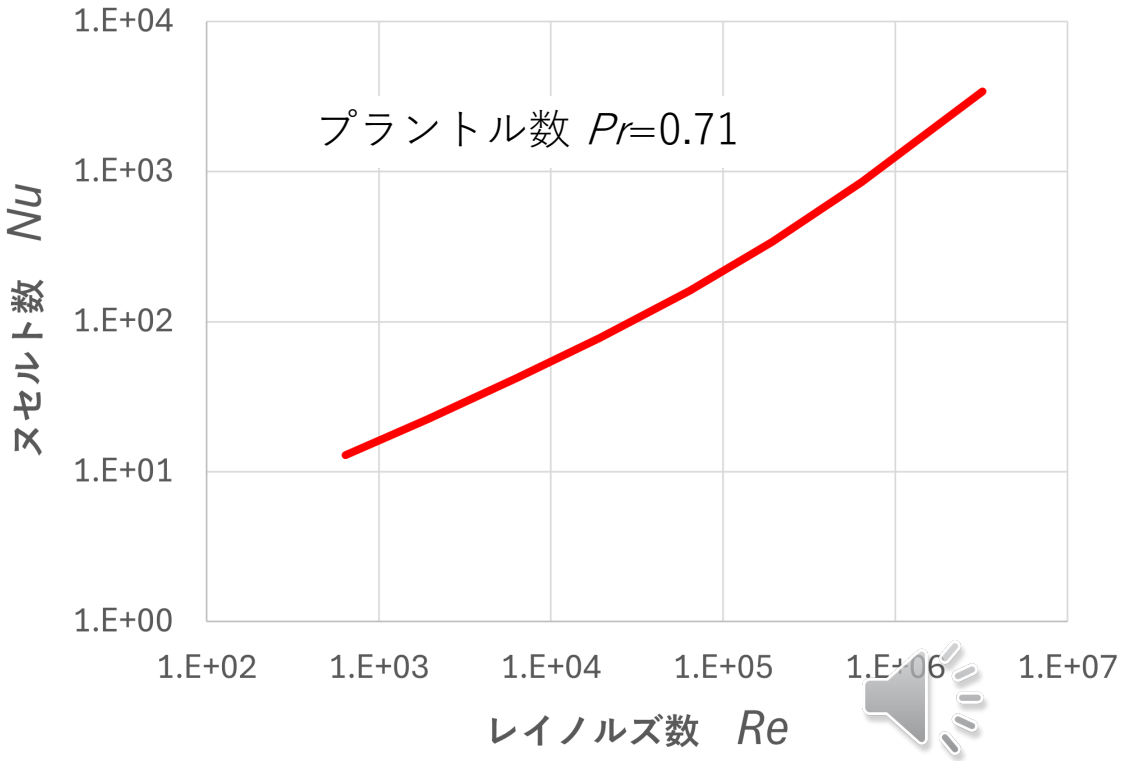
無次元数による熱流動現象の統一表示



円柱周りの強制対流熱伝達と流動

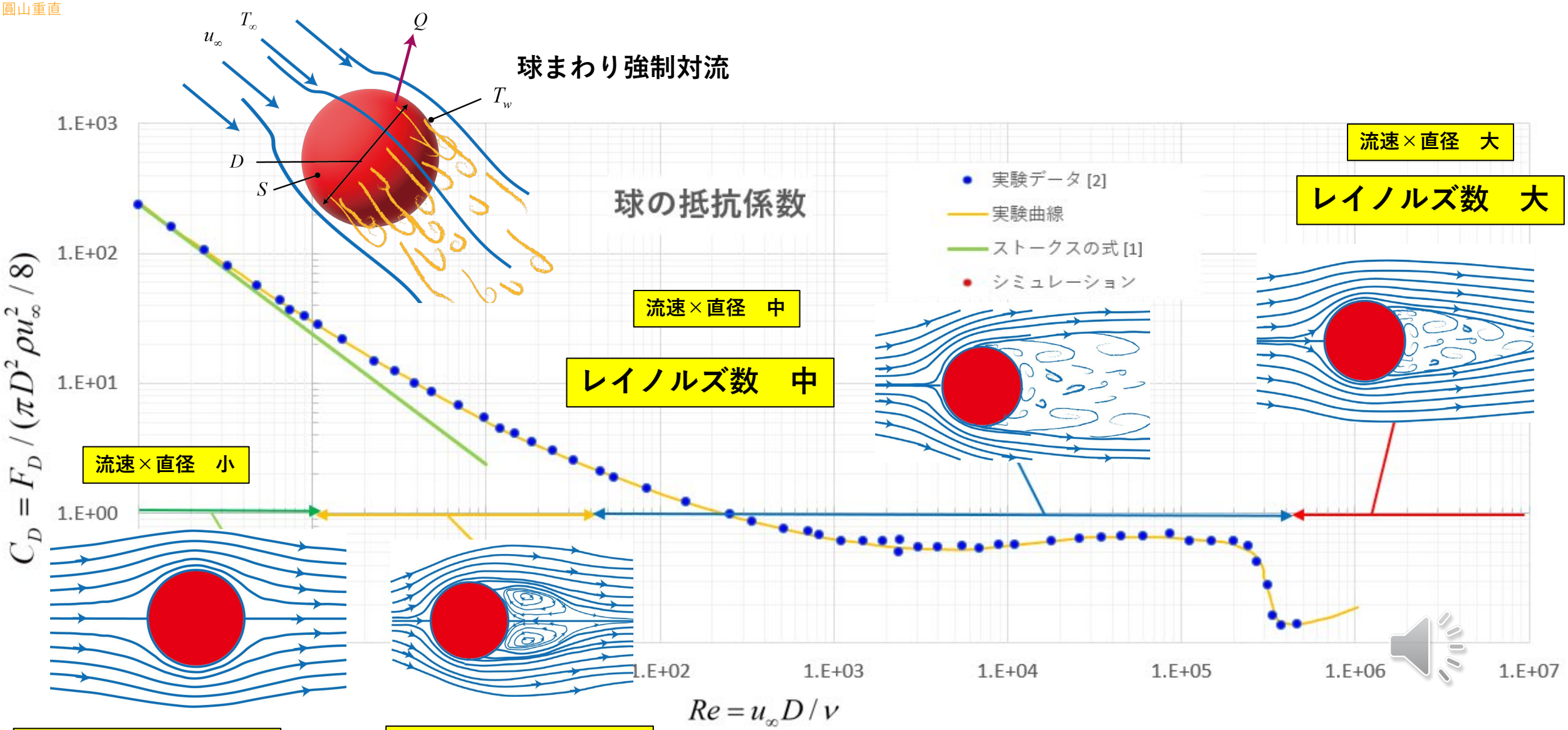


各種直径の円柱周りの平均熱伝達率の流速による変化



円柱周りの強制対流熱伝達の無次元表記

無次元数による熱流動現象の定式化



無次元の経験式を使用した伝熱解析

経験式や定式化した理論式を用いた熱流動特性の算出手順

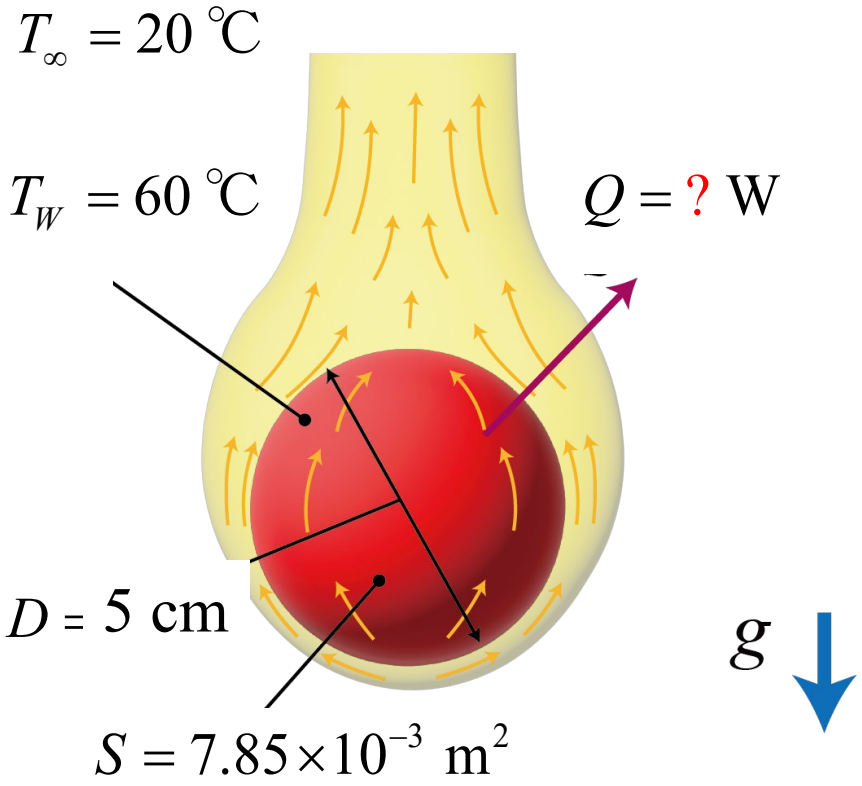
1. 対称とする物体の寸法や伝熱形式、流体を特定する。
2. 伝熱様式に応じて流体の熱物性の代表温度を設定する。
3. 流体の熱物性値や物体の寸法、流速などからレイノルズ数Reやレイリー数Ra、プラントル数Prなどの無次元数を計算する。
4. 無次元数で表された経験式や理論式を用いて、ヌセルト数Nuや抵抗係数C_Dなどの無次元数を算出する。
5. 算出された無次元数から、熱物性値や基本長さを用いて、熱伝達率や壁面温度、伝熱量、抵抗力などを算出する。
6. もし流体の代表温度が適切でないときは、代表温度を設定し直して「2」から計算を繰り返す。

流体物性値の例

名称	値	単位
流体名	常圧空気	
状態	気体	
評価温度	2.50E+01	(°C)
密度 ρ	1.18E+00	(kg/m^3)
定圧比熱 c_p	1.01E+03	(J/(kg･K))
熱伝導率 k	2.61E-02	(W/(m･K))
熱拡散率 α	2.19E-05	(m^2/s)
粘度 η	1.85E-05	(Pa･s)
動粘度 ν	1.56E-05	(m^2/s)
プラントル数 Pr	7.13E-01	(-)
体膨張係数 β	3.59E-03	(1/°C)

無次元数による伝熱計算実施例

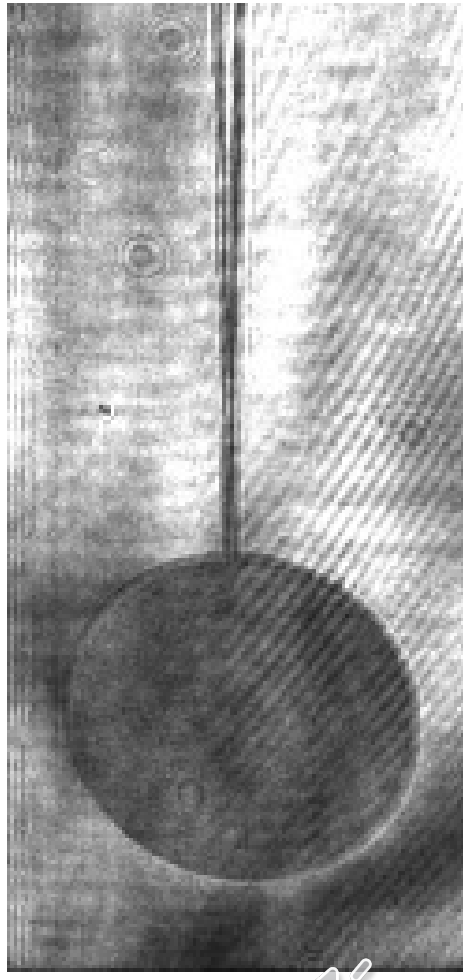
球周りの自然対流



課題

空気中に置いた直径5cmの銅球を加熱して、自然対流の実験をしたい。球内部にヒーターを埋め込んで加熱するが、ヒーターの大きさを見積もるために、球の自然対流熱伝達による発熱量を計算せよ。

ただし、周囲空気温度は20℃とし、球の表面温度は60℃で一定とする。



直径5cmの加熱球周りの自然対流（4.5倍速）

庄司衛太，東北大学工学研究科，博士論文，(2015)

無次元数による伝熱計算実施例

1. 物体の直径$D=0.05$m、壁温一定($T_w=60$℃, $T_\infty=20$℃)、
流体：常圧空気　の設定。

2. 評価温度を流体と壁温の平均である膜温度40℃に設定。

3. 流体の物性値を使い無次元数を計算する。

$$Pr=\frac{\nu}{\alpha}=0.711 \qquad (17)$$

$$Ra=PrGr=\frac{g\beta(T_w-T_\infty)D^3}{\nu\alpha}=3.90\times10^5 \qquad (18)$$

4. 経験式や理論式を用いて、ヌセルト数Nuを算出する。

$$Nu=2+\frac{0.589Ra^{1/4}}{\left[1+(0.43/Pr)^{9/16}\right]^{4/9}}\times\left(1+\frac{7.44\times10^{-8}Ra^{1/4}}{\left[1+(0.43/Pr)^{9/16}\right]^{16/9}}\right)=13.5 \qquad (19)$$

5. 算出された無次元数から、熱物性値や基本長さを用いて熱伝達率算出する。

$$h=\frac{Nu\cdot k}{D}=7.33\ (\mathrm{W/m^2K}) \qquad (20)$$

6. 熱伝達率と温度差、表面積から伝熱量を計算する。

$$Q=h(T_W-T_\infty)S=2.30\ \mathrm{W} \qquad (21)$$

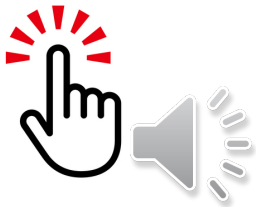
流体の物性値

流体名	常圧空気	
評価温度T_f	4.000E+01	(℃)
密度 ρ	1.128E+00	(kg/m^3)
定圧比熱 cp	1.008E+03	(J/(kg･K))
熱伝導率 k	2.720E-02	(W/(m･K))
熱拡散率 α	2.393E-05	(m^2/s)
粘度 η	1.919E-05	(Pa･s)
動粘度 ν	1.702E-05	(m^2/s)
体膨張係数 β	3.236E-03	(1/℃)

次回予告

第3章　対流熱伝達

3-1.　対流熱伝達の概要
3-2.　強制対流熱伝達と流動の様相
3-3.　自然対流熱伝達の様相
3-4.　熱流動の無次元表記
3-5.　強制対流の流動と伝熱の定式化
3-6.　自然対流の熱伝達の定式化
3-7.　解析ソフトを使った伝熱計算



技術者と研究者に向けた伝熱工学の基礎と応用

「もっと見る」欄に記載の今回の要約とホームページのpdf資料で理解を深めることができる。

技術者と研究者に向けた伝熱工学の基礎と応用

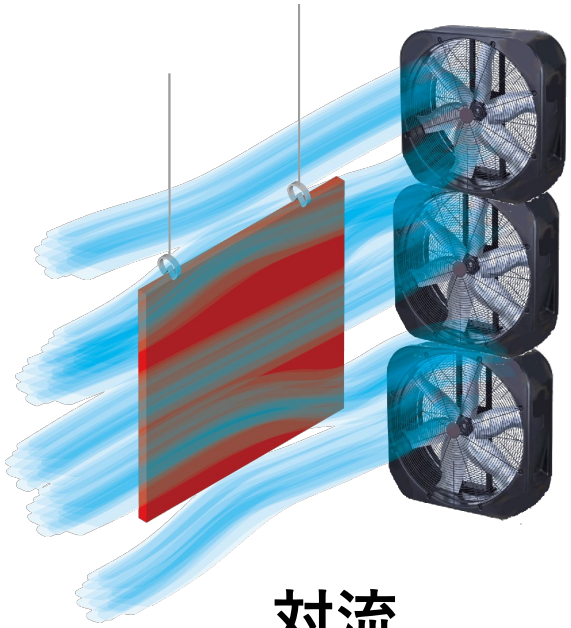
東北大学未来科学技術共同研究センター レクチャーシリーズ

— 熱プロセスを習得したい人のための入門と実践的応用 —

伝熱現象



熱伝導



対流



熱ふく射

講師　圓山重直

東北大学未来科学技術センター　シニアリサーチ・フェロー
東北大学名誉教授・八戸高専名誉教授